ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Σημειώσεις για το μάθημα

ΠΥΡΗΝΙΚΟΙ ΑΝΤΙΔΡΑΣΤΗΡΕΣ

ΕΠΙΤΑΧΥΝΤΕΣ

ΕΠΙΤΑΧΥΝΤΕΣ

Δ. Σαμψωνίδης

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ
2007

Εισαγωγή

Η μελέτη των βασικών δομικών λίθων της ύλης καθώς και των δυνάμεων που δρουν πάνω σ' αυτούς είναι μια περιοχή της βασικής έρευνας της φυσικής. Οι δομές που μελετώνται είναι εξαιρετικά μικρές φθάνοντας σε διαστάσεις 10^{-15} m, με αποτέλεσμα να απαιτείται υψηλή χωρική διακριτική ικανότητα για τη διεξαγωγή πειραμάτων. Το ορατό φως έχοντας μήκος κύματος περίπου στα 500 nm είναι ολοκληρωτικά ανεπαρκές. Αντί γι' αυτό φωτόνια υψηλής ενέργειας ή δέσμες σωματιδίων έχουν αποδειχθεί ότι είναι εξαιρετικά εργαλεία για τα πειράματα της σωματιδιακής φυσικής. Επομένως αυτές οι δέσμες σωματιδίων υψηλών ενεργειών είναι απαραίτητες στον τομέα της πειραματικής φυσικής.

Γενικά μια μικρο-δομή μπορεί να μελετηθεί πειραματικά με τη χρήση ενός «διερευνητή», όπως για παράδειγμα μια ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (ηλεκτρομαγνητικό κύμα) αν το μήκος κύματος είναι μικρό συγκρινόμενο με το μέγεθος της δομής αυτής. Έτσι στην σωματιδιακή φυσική χρησιμοποιούνται μήκη κύματος μικρότερα από 10^{-15} m . Η ενέργεια των φωτονίων της ακτινοβολίας αυτής είναι :

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 2 \cdot 10^{-10} J \qquad (1.1)$$

Αν τα φωτόνια αυτά παράγονται μέσω ακτινοβολίας πέδησης (bremsstrahlung) από δέσμες ηλεκτρόνιων, τότε είναι απαραίτητες ενέργειες

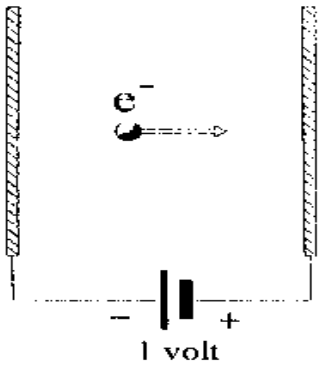
$$E_e = eU \quad \text{με} \quad E_e \rangle E_\gamma \qquad (1.2)$$

Για να επιτευχθούν τέτοιες ενέργειες, τα ηλεκτρόνια της δέσμης πρέπει να επιταχυνθούν με ένα ηλεκτρικό δυναμικό $U > E_e / e = 1{,}2\ 10^9$ Volt. Παρόμοιοι συλλογισμοί ισχύουν και για δέσμες σωματιδίων για τις οποίες το μήκος κύματος de Broglie πρέπει ξανά να είναι μικρό σε σχέση με το μέγεθος της δομής. Αυτό το μήκος κύματος δίνεται από τη σχέση

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{hc}{E} \qquad (1.3)$$

όπου p και E είναι η ορμή και ενέργεια των σωματιδίων αντίστοιχα. Αν συγκρίνουμε τη σχέση αυτή με τη σχέση (1.1) θα καταλήξουμε ότι και εδώ είναι αναγκαίες παρόμοιες ενέργειες.

Στη φυσική η ενέργεια μετρείται συνήθως σε μονάδες Joule (J). Όμως η μονάδα αυτή δεν είναι πολύ βολική όταν περιγράφουμε δέσμες σωματιδίων και γενικά προτιμάται η μονάδα των eV. Το eV είναι η κινητική ενέργεια που «κερδίζεται» από ένα σωμάτιο στοιχειώδους φορτίου e = 1,602 10^{-19} Coulomb όταν επιταχύνεται από διαφορά δυναμικού 1 Volt. Οπότε ο παράγων μετατροπής είναι 1eV = 1,602 10^{-19} J. Για να περιγράψουμε σωματίδια υψηλότερων ενεργειών οι συνήθεις μονάδες που χρησιμοποιούνται επίσης είναι οι keV, MeV, GeV,TeV.

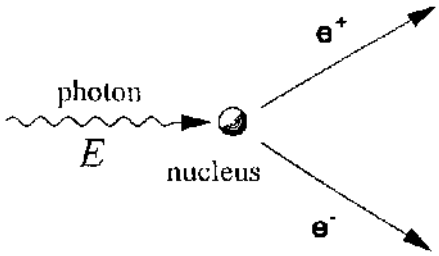


Σχήμα 1.1: Ο ορισμός της μονάδας ενέργειας eV

Άλλη μια σημαντική σκοπιά της φυσικής υψηλών ενεργειών, εκτός από τη διακριτική ικανότητα των μικρών δομών της ύλης, είναι η παραγωγή νέων σωματιδίων με πολύ σύντομη διάρκεια ζωής. Το ποσό της ενέργειας που χρειάζεται για να παραχθεί ένα σωματίδιο προκύπτει αμέσως από τη θεμελιώδη σχέση

$$E = mc^2 \tag{1.4}$$

Πρέπει στο σημείο αυτό να τονιστεί ότι τα περισσότερα σωματίδια μπορούν να παραχθούν σε ζεύγη με τα αντισωματίδια τους. Ένα παράδειγμα είναι τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια που παράγονται ταυτόχρονα μαζί από ακτίνες γ υψηλών ενεργειών.



Σχήμα 1.2 : παραγωγή ζεύγους e^- - e^+ σαν άμεσο αποτέλεσμα της σύγκρουσης

ενός φωτονίου υψηλής ενέργειας με ένα βαρύ πυρήνα.

Σαν αποτέλεσμα της διατήρησης της ορμής, μια αντίδραση τέτοιου είδους μπορεί μόνο να λάβει χώρα μόνο στη γειτονιά ενός βαρύ πυρήνα. Ο ίδιος ο πυρήνας κερδίζει κάποια ορμή-επομένως και κάποια ενέργεια- η οποία όμως δεν είναι διαθέσιμη για την παραγωγή σωματιδίων. Επομένως η ενέργεια των ακτινών γ που χρειάζεται για παραγωγή σωματιδίων είναι πάντοτε μεγαλύτερη από αυτή την ενέργεια που δίνεται από τη σχέση (1.4) δηλαδή με μαθηματική μορφή ισχύει:

$$E_\gamma \rangle 2m_e c^2 = 1.637 \times 10^{-12} J = 1.02\ MeV \qquad (1.5)$$

Αυτό είναι και το κατώφλι της ενέργειας για την παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου- ποζιτρονίου όπου κάθε ένα σωματίδιο από το ζεύγος αυτό έχει μάζα m_e = 9.108 10^{-31} kg η οποία αντιστοιχεί σε ένα ποσό ενέργειας E_o= 511 keV. Οι ενέργειες των υπολοίπων στοιχειωδών σωματιδίων που μελετώνται σήμερα είναι σημαντικά υψηλότερες. Μερικά παραδείγματα τέτοιων ενεργειών δίνονται παρακάτω:

πρωτόνιο	p	:	E_o	=	938 MeV
b κουάρκ	b	:	E_o	=	4735 MeV
μποζόνιο	Z_o	:	E_o	=	91190 MeV
t κουάρκ	t	:	E_o	=	174000 MeV

Προκειμένου να παραχθούν τέτοια σωματίδια πρέπει να είναι διαθέσιμες αντίστοιχες υψηλές ενέργειες.

Δυνάμεις που χρησιμοποιούνται στις επιταχύνσεις σωματιδίων

Εφόσον η ταχύτητα υ των στοιχειωδών σωματιδίων που μελετάμε στις συγκρούσεις παίρνει γενικά τιμές κοντά στην ταχύτητα του φωτός στο κενό (c = $3 \bullet 10^8$ m/s) η αντίστοιχη ενέργεια πρέπει να γραφεί με τη σχετικιστική μορφή της:

$$E = \sqrt{\left(m_0^2 c^4 + p^2 c^2\right)} \quad (m_o\text{:μάζα ηρεμίας}) \qquad (1.6)$$

Στην παραπάνω σχέση η μόνη ελεύθερη παράμετρος είναι η ορμή p του σωματιδίου. Χρησιμοποιώντας $\beta=\upsilon/c$ *και* $\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}$ η σχετικιστική ορμή του σωματιδίου δίνεται από τη σχέση :

$$p = m\upsilon = \gamma m_0 \upsilon \tag{1.7}$$

Στην σχέση (1.6) η αύξηση της ενέργειας ισοδυναμεί με αύξηση της ορμής p του σωματιδίου. Η ορμή μπορεί να αλλάξει μόνο αν στο σωματίδιο ασκηθεί δύναμη F όπως γνωρίζουμε από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F} \tag{1.8}$$

Για να αποκτήσει ένα σωματίδιο υψηλές κινητικές ενέργειες, πρέπει να ασκηθούν πάνω του ισχυρές δυνάμεις για ένα επαρκές χρονικό διάστημα. Στη φύση έχουμε τέσσερις διαφορετικές δυνάμεις. Είναι ξεκάθαρο ότι δυνάμεις με εμβέλεια κάτω από 10^{-15} m δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην επιτάχυνση σωματιδίων.
Η ισχυρή αλληλεπίδραση (η ισχυρή δύναμη) η οποία θα μπορούσε να φανεί χρήσιμη λόγω της σχετικής της δράσης, αποκλείεται λόγω της εμβέλειας όπως αποκλείεται και η ασθενής αλληλεπίδραση. Η δύναμη βαρύτητας είναι πολλές τάξεις μεγέθους ασθενέστερη. Οπότε η μόνη πιθανή επιλογή που μας έχει απομείνει είναι η ηλεκτρομαγνητική δύναμη. Όταν ένα σωματίδιο ταχύτητας υ περνάει μέσα από μια περιοχή όπου υπάρχει μαγνητικό πεδίο επαγωγής B και ηλεκτρικό πεδίο εντάσεως E τότε πάνω του δρα η δύναμη Lorentz η οποία δίνεται από τον παρακάτω τύπο

$$\vec{F} = e\left(\vec{\upsilon} \times \vec{B} + \vec{E}\right) \tag{1.9}$$

Καθώς το σωματίδιο μετακινείται από το σημείο r_1 στο σημείο r_2 η ενέργεια του αλλάζει κατά το πόσο

$$\Delta E = \int_{\vec{r1}}^{\vec{r2}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = e\int_{\vec{r1}}^{\vec{r2}} (\vec{\upsilon} \times \vec{B} + \vec{E}) \cdot d\vec{r} \tag{1.10}$$

Κατά τη διάρκεια της κίνησης, το στοιχειώδες μήκος dr είναι πάντα παράλληλο προς το διάνυσμα της ταχύτητας υ. Συνεπώς το διάνυσμα υ x B είναι κάθετο στο dr δηλαδή (u x B)·dr = 0. Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο γεγονός ότι το μαγνητικό πεδίο B δεν αλλάζει την ενέργεια του σωματιδίου. Επομένως η επιτάχυνση που περιλαμβάνει μια αύξηση στην ενέργεια μπορεί να επιτευχθεί

μόνο με την χρήση των ηλεκτρικών πεδίων. Το κέρδος στην ενέργεια δίνεται από τον τύπο (1.10) και είναι :

$$\Delta E = e\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}\cdot d\vec{r} = e\cdot U \qquad (1.11)$$

όπου το U είναι η διαφορά δυναμικού που συναντά το σωματίδιο στο πέρασμα του.

Αν και τα μαγνητικά πεδία δεν συνεισφέρουν στην αύξηση της ενέργειας του σωματιδίου, παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο όταν είναι απαραίτητη η παρουσία δυνάμεων κάθετων στη διεύθυνση κίνησης του σωματιδίου. Τέτοιες δυνάμεις χρησιμοποιούνται για να κατευθύνουν, να καμπυλώσουν και να εστιάσουν τις δέσμες σωματιδίων.

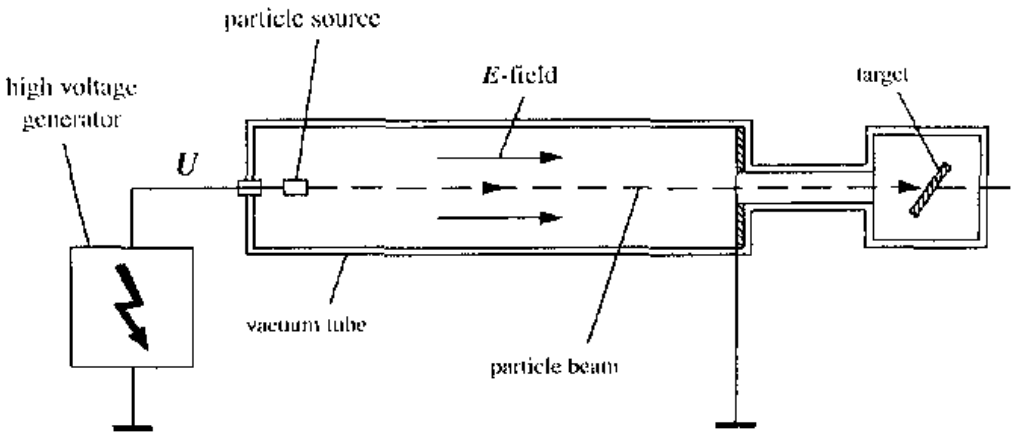
Η φυσική των επιταχυντών ασχολείται μ' αυτά τα δυο προβλήματα: την επιτάχυνση και την καθοδήγηση των δεσμών. Και οι δυο διαδικασίες βασίζονται στην επίδραση των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων, άρα μελετώνται από τους νόμους της κλασικής ηλεκτροδυναμικής. Για το λόγο αυτό, οι εξισώσεις του Maxwell έχουν θεμελιώδη σημασία καθώς και τα αποτελέσματα της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας.

Ιστορική αναδρομή της ανάπτυξης των επιταχυντών

Από τη δεκαετία του 1920 έχουν αναπτυχθεί διάφορες μηχανές με σκοπό την επιτάχυνση σωματιδίων για την πειραματική φυσική, με βασικό στόχο πάντα να φτάσουμε σε υψηλότερες ενέργειες. Σ' αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η πρόοδος που έχει επιτευχθεί καθώς και οι διάφοροι τύποι επιταχυντών οι οποίοι έχουν διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στη φυσική μέχρι σήμερα. Μια λεπτομερειακή περιγραφή των πρώτων εξελίξεων στην φυσική των επιταχυντών μπορεί να βρεθεί στους Livingston και Blewett.

Ο επιταχυντής συνεχούς τάσης

Ο πιο απλός επιταχυντής σωματιδίων κάνει χρήση ενός ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ δυο ηλεκτροδίων το οποίο παράγεται από μια γεννήτρια υψηλής τάσης. Η αρχή λειτουργίας του επιδεικνύεται στο σχήμα 1.3 .



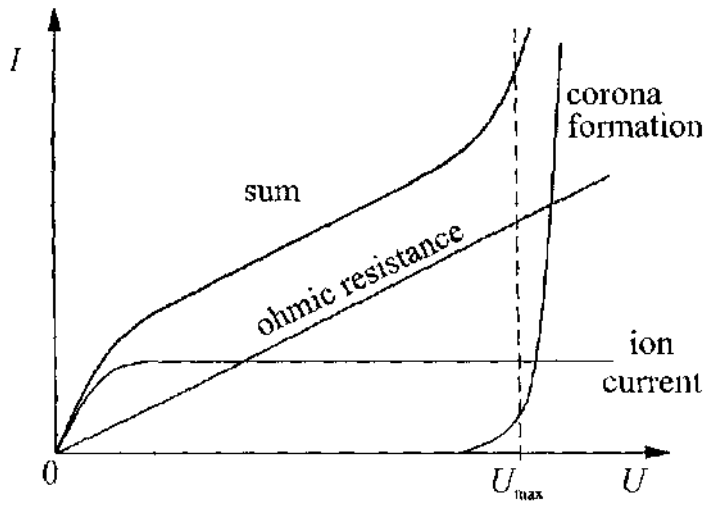
Σχήμα 1.3 : η γενική αρχή λειτουργίας του ηλεκτροστατικού επιταχυντή.

Ένα από τα ηλεκτρόδια περιέχει τη πηγή των σωματιδίων. Στην περίπτωση της δέσμης ηλεκτρονίων το ηλεκτρόδιο ουσιαστικά είναι μια θερμιονική κάθοδος. Τα πρωτόνια και τα βαριά ιόντα αποσπώνται από την αέρια φάση εφαρμόζοντας μια τάση συνεχή ή εναλλασσόμενη υψηλής συχνότητας προκειμένου να ιονίσει ένα ήδη διεγερμένο αέριο και έτσι να παράγει πλάσμα μέσα στην πηγή των σωματιδίων. Αφού έχουν συμβεί όλα τα παραπάνω, φορτισμένα σωματίδια εκπέμπονται από το πλάσμα και επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο. Στην περιοχή επιτάχυνσης υπάρχει μια περιοχή σχετικά καλού κενού προκειμένου να αποφευχθούν συγκρούσεις μεταξύ των

σωματιδίων με τα εναπομείναντα μόρια του αεριού. Επομένως τα σωματίδια επιταχύνονται συνεχώς χωρίς κάποια σοβαρή απώλεια ενέργειας μέχρι να φτάσουν στο δεύτερο ηλεκτρόδιο. Εκεί τα σωματίδια εξέρχονται του επιταχυντή και συνήθως διανύουν μια σχετικά μεγάλη περιοχή χωρίς κανένα πεδίο μέσω της οποίας ταξιδεύουν με σταθερές τιμές ενέργειας μέχρι να συναντήσουν κάποιο στόχο.

Αυτή η αρχή λειτουργίας εφαρμόζεται ευρέως στην έρευνα και στην τεχνολογία όπως για παράδειγμα στη λειτουργία των οθονών VDU. Εν τούτοις οι ενέργειες των σωματιδίων που λαμβάνονται με αυτόν τον τρόπο είναι πολύ περιορισμένες σύμφωνα με τα σημερινά πρότυπα.

Στους ηλεκτροστατικούς επιταχυντές η μέγιστη ενέργεια που μπορούμε να αποκτήσουμε είναι ανάλογη της μέγιστης τάσης που μπορεί να εφαρμοστεί και το γεγονός αυτό μας δίνει ένα ενεργειακό όριο. Αυτό μπορεί να διαπιστωθεί καλύτερα από τα σχεδιαγράμματα του σχήματος 1.4 όπου φαίνεται καθαρά η εξάρτηση του ρεύματος από την τάση στους ηλεκτροστατικούς επιταχυντές.



Σχήμα 1.4 : Εξάρτηση του ρεύματος από την τάση στους ηλεκτροστατικούς επιταχυντές.

Το ρεύμα σε μια διάταξη ηλεκτροστατικού επιταχυντή μπορεί να διαιρεθεί σε τρεις βασικές συνιστώσες. Εφόσον η αγωγιμότητα από ένα μονωτή δεν είναι ποτέ απόλυτα μηδενική, θα υπάρχει πάντα μια ωμική συνιστώσα η οποία αυξάνει ανάλογα με την τάση. Αυτή η ατέλεια μπορεί βέβαια να είναι παρά πολύ μικρή με μια σχολαστική επιλογή των υλικών και μια προσεχτική κατασκευή. Η δεύτερη συνιστώσα προκύπτει εξαιτίας των ιόντων που είναι

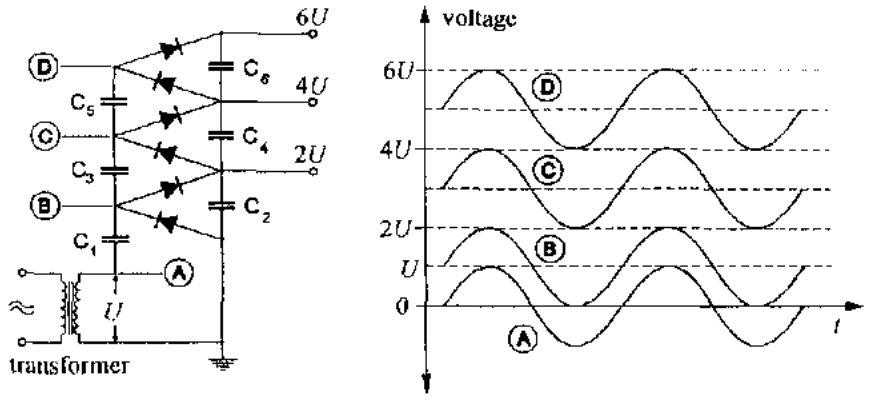
πάντοτε παρόντα στα εναπομείναντα αέρια στις διατάξεις κενού. Αυτή η συνιστώσα φτάνει πολύ γρήγορα σε ένα σταθερό σημείο κόρου αν η εφαρμοζόμενη τάση είναι τόσο υψηλή που τα φαινόμενα φορτία χώρου γίνονται αμελητέα και τα ιόντα τραβιούνται έξω. Η επιταχυνόμενη δέσμη των σωματιδίων είναι επίσης μέρος αυτής της συνιστώσας του ρεύματος. Η τρίτη συνιστώσα, ο σχηματισμός Corona, είναι αυτή που οδηγεί στο πραγματικό ενεργειακό όριο. Σε χαμηλές τιμές τάσης είναι απόλυτα μη μετρήσιμη αλλά σε υψηλότερες τάσεις η ένταση του πεδίου κοντά στα ηλεκτρόδια μεγαλώνει τόσο πολύ που τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια που παράγονται σ αυτή την περιοχή επιταχύνονται σε αξιοσημείωτες τιμές ενέργειας. Συγκρούονται τότε με μόρια του αέριου και παράγουν ακόμη περισσότερα ιόντα τα οποία υφίστανται την ίδια διαδικασία. Το αποτέλεσμα είναι να δημιουργείται μια χιονοστιβάδα από φορείς φορτίων οι οποίοι προκαλούν ηλεκτρική εκκένωση και την κατάρρευση της υψηλής τάσης . Το ρεύμα αυξάνεται εκθετικά στην περιοχή του σχηματισμού Corona. Αυτό είναι το φαινόμενο που περιορίζει την μέγιστη ενέργεια που μπορούμε να λάβουμε. Τάσεις των λίγων MV είναι τεχνικά απρόσιτες και γι' αυτό το λόγο σωματίδια αυτής της ομάδας φορτίου μπορούν να φτάσουν μια μέγιστη ενέργεια της τιμής των λίγων MeV. Αυτό είναι το γενικό όριο για τους ηλεκτροστατικούς επιταχυντές. Επομένως με αυτήν την τεχνολογία δεν μπορούν να επιτευχθούν υψηλότερες ενέργειες

Η γεννήτρια Cockroft-Walton

Ένα σημαντικό πρόβλημα για τους ηλεκτροστατικούς επιταχυντές είναι η παραγωγή αρκετά υψηλών τάσεων επιτάχυνσης. Στην αρχή της δεκαετίας του 1930 οι Cockroft και Walton δημιούργησαν μια γεννήτρια υψηλής τάσης η οποία βασίζονταν σε ένα σύστημα από πολλαπλούς ανορθωτές ρεύματος. Στην πρώτη τους απόπειρα κατάφεραν να επιτύχουν μια τάση γύρω στα 400.000 V. Η λειτουργία αυτής της γεννήτριας που είναι επίσης γνωστή σαν το κύκλωμα του Geinacker φαίνεται στο σχήμα 1.5.

Οι δίοδοι επιτρέπουν στους πυκνωτές να φορτίζονται παράλληλα και να αποφορτίζονται σε σειρά. Στο σημείο A ένας μετασχηματιστής παράγει μια εναλλασσόμενη ημιτονοειδή τάση $U(t)=U\sin\omega t$ συχνότητας ω. Η πρώτη δίοδος διασφαλίζει ότι στο σημείο B η τάση δεν γίνεται ποτέ αρνητική. Λόγω αυτού ο πυκνωτής C_1 φορτίζεται μέχρι ένα δυναμικό U. Στο σημείο B η τάση τώρα εναλλάσσεται μέχρι τις τιμές 0 και 2U. Τότε ο πυκνωτής C_2 φορτίζεται μέσω της δεύτερης διόδου μέχρι ένα δυναμικό 2U. Με τον ίδιο τρόπο όπως και πριν η τρίτη δίοδος διασφαλίζει ότι το δυναμικό στο σημείο C δεν θα πέσει κάτω από 2U. Εδώ το δυναμικό εναλλάσσεται μεταξύ 2U και 4U οπότε με τη βοήθεια μιας τέταρτης διόδου παράγεται μια τάση από 4U. Η μέθοδος επαναλαμβάνεται με πολλές τέτοιες διόδους να ανεβάζουν τα επίπεδα της

τάσης. Χωρίς φορτίο, η μέγιστη τάση που μπορεί να παραχθεί είναι 2nU όπου n είναι ο αριθμός των διόδων.



Σχήμα 1.5 : η γενική αρχή λειτουργίας της γεννήτριας Cockroft-Walton

Κάπου εδώ πρέπει να τονιστεί ότι ένα ρεύμα I πρέπει πάντοτε να αντλείται από την γεννήτρια. Αυτό το γεγονός θα αποφορτίζει σιγά σιγά τον πυκνωτή όταν οι δίοδοι έχουν αντίστροφη πόλωση, οδηγώντας σε κάποιο βαθμό χαμηλότερη παραγόμενη τάση απ' ότι περιμέναμε απλά από τον αριθμό των ρυθμιστικών διόδων.

Η εξαρτώμενη από το ρεύμα τάση που παράγεται από το σειριακό κύκλωμα δίνεται ακριβέστερα από τη σχέση:

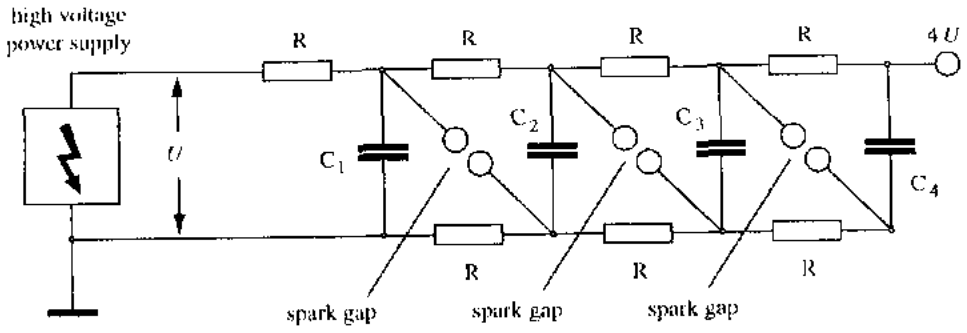
$$U_{tot} = 2Un - \frac{2\pi I}{\omega C}\left(\frac{2}{3}n^3 + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{12}n\right) \qquad (1.12)$$

Είναι προφανές ότι ένας πυκνωτής υψηλής χωρητικότητας C και μια υψηλή συχνότητα λειτουργίας ω μειώνουν ισχυρά την εξάρτηση από το ρεύμα.
Στους επιταχυντές Cockroft-Walton, μπορούν να επιτευχθούν τάσεις μέχρι 4MV. Χρησιμοποιώντας παλμικές δέσμες σωματιδίων με μήκη παλμών των λίγων μs, μπορούμε να πετύχουμε ρεύματα δεσμών των μερικών εκατοντάδων mA .

Η γεννήτρια Marx

Μια εναλλακτική μέθοδος για παραγωγή υψηλών τάσεων για την επιτάχυνση σωματιδίων είναι αυτή που χρησιμοποιείται από τη γεννήτρια Marx. Κι αυτή η γεννήτρια έχει σειριακό σχεδιασμό όπως η γεννήτρια C-W αλλά απλώς παράγει στενούς παλμούς τάσεων. Όμως, αυτό είναι που επιτρέπει πολύ

μεγάλα ρεύματα σωματιδίων. Όπως δείχνει το σχήμα 1.6, η γεννήτρια Marx αποτελείται από ένα δίκτυο αντιστατών και πυκνωτών.



Σχήμα 1.6 : Η γεννήτρια Marx

Η γεννήτρια Marx χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό αντιστάσεων για τη φόρτιση των πυκνωτών και διάκενων (spark gaps) για την αποφόρτιση. Οι πυκνωτές C_1 μέχρι C_4 οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι περίπου παράλληλα φορτίζονται μέσω των αντιστάσεων R μέχρι μια τάση U από ένα τροφοδοτικό υψηλής τάσης. Καθώς αυξάνεται η εφαρμοζόμενη τάση προσεγγίζει την τάση όπου στο διάκενο δημιουργείται σπινθήρας. Όταν αυτή η τιμή τάσης επιτυγχάνεται, συμβαίνει αποφόρτιση με σπινθήρα και το διάκενο του σπινθήρα δρα σαν ένας διακόπτης χαμηλής αντίστασης. Όμως παρόλα αυτά η τιμή του αντιστάτη φόρτισης R είναι πολύ υψηλή. Καθώς το διάκενο του σπινθήρα πυροδοτεί τους πυκνωτές, αυτοί καθίστανται σε σειρά και τότε η συνδυασμένη τάση φτάνει την τιμή

$$U_{tot} = nU \tag{1.13}$$

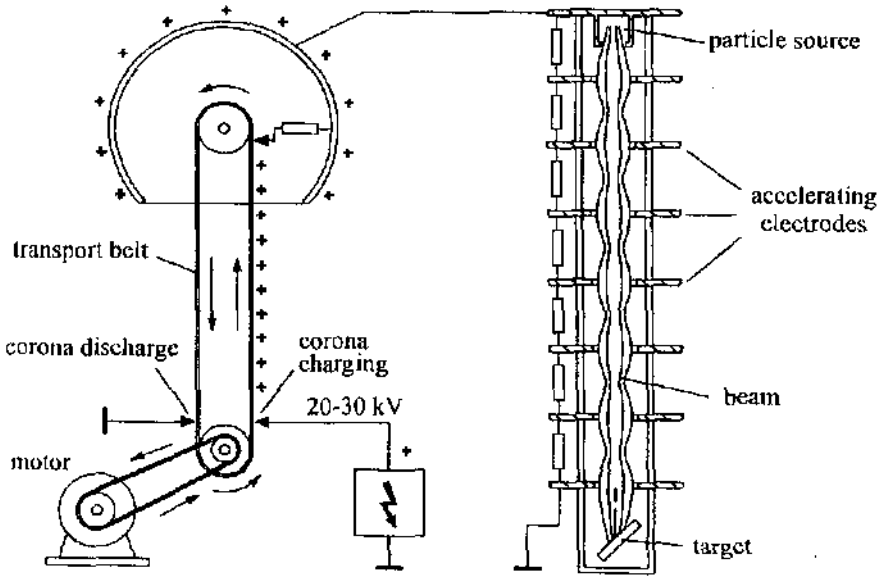
όπου n είναι ο αριθμός των πυκνωτών που χρησιμοποιούνται. Εφόσον η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται πολύ γρήγορα, με συνολική διάρκεια κάτω του 1μs, η αποφόρτιση των πυκνωτών δεν είναι πολύ σημαντική και μπορεί να παραλειφθεί. Χρησιμοποιώντας 100 πυκνωτές με χωρητικότητες των 2μF και μια τάση των U= 20 kV, είναι δυνατό να επιτευχθούν παλμοί μήκους 40ns και ρεύματα δεσμών μέχρι και I= 500kA. Το 1932, με μια γεννήτρια Marx της εταιρείας General Electric επιτεύχθηκαν τάσεις περίπου 6MV.

Ο επιταχυντής Van de Graaff

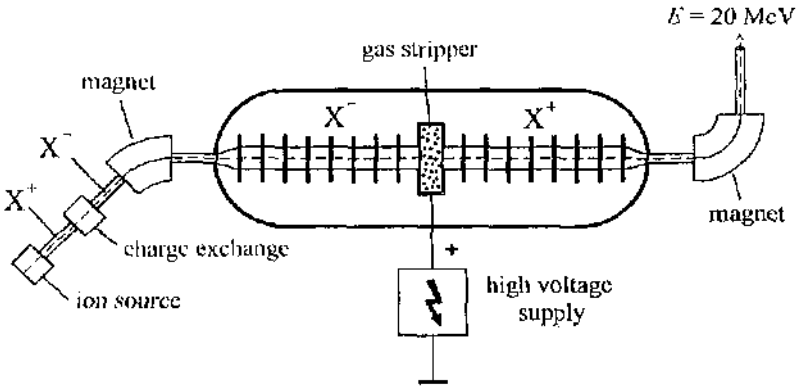
Το 1930 ο R.J Van de Graaff άρχισε να αναπτύσσει μια γεννήτρια υψηλής τάσης η οποία αργότερα πήρε το όνομά του. Το βασικό συστατικό της είναι ένας ιμάντας από μονωτικό υλικό και κινείται κυκλικά γύρω από δυο κυλίνδρους . Η κίνηση αυτή του ιμάντα δεν διαφέρει πολύ από την κίνηση μιας ταινίας μεταφοράς αντικειμένων. Το φορτίο που παράγεται γύρω από ένα αιχμηρό ηλεκτρόδιο με το σχηματισμό Corona, μεταφέρεται πάνω στον ιμάντα. Ο ιμάντας μεταφέρει αυτό το φορτίο πάνω σε έναν μονωμένο θόλο με μεγάλη αγωγιμότητα όπου εκεί αποφορτίζεται μέσω ενός δευτέρου ηλεκτροδίου. Με αυτόν τον τρόπο ο θόλος φορτίζεται συνεχώς μέχρι που επιτυγχάνεται μια κρίσιμη τάση. Ο θόλος είναι συνδεδεμένος κατάλληλα με το πάνω ηλεκτρόδιο του επιταχυντή σωματιδίων, ο οποίος περιέχει επίσης και την πηγή των σωματιδίων. Ο επιταχυντής αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό κυκλικών ηλεκτροδίων διατεταγμένα στη σειρά και συνδεδεμένα μεταξύ τους με αντιστάτες υψηλής αντοχής. Αυτός ο σχεδιασμός μειώνει τον κίνδυνο αποφόρτισης λόγω σπινθήρα αφού η τάση ανάμεσα σε κάθε ηλεκτρόδιο ξεχωριστά είναι τόσο χαμηλή που να καταλήγει σε ισοκατανομή του πεδίου. Επιπροσθέτως τα ηλεκτρόδια δρουν ως ηλεκτροστατικοί φακοί οι οποίοι εστιάζουν σε κάποιο βαθμό την δέσμη.

Κάτω από κανονικές συνθήκες, οι γεννήτριες Van de Graaff μπορούν να παράγουν τάσεις που φτάνουν και τα 2 MV. Υψηλότερες τιμές τάσεων, για παράδειγμα μέχρι 10 MV μπορούν να επιτευχθούν αν η γεννήτρια και ο επιταχυντής τοποθετηθούν μέσα σε μια δεξαμενή γεμάτη με μονωτικό αέριο, για παράδειγμα SF_6 σε πιέσεις που φτάνουν περίπου το 1 MPa.

Αφαιρώντας φορτία από ιόντα κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης είναι δυνατό να γίνει χρήση του δυναμικού δυο φορές όποτε μπορούν παραχθούν δέσμες σωματιδίων με τη διπλάσια ενέργεια. Το 1936 ο Van de Graaff και οι συνεργάτες του έφτιαξαν τον πρώτο επιταχυντή βασισμένο σ αυτή την αρχή που είναι επίσης γνωστός ως επιταχυντής Tandem. Το σχήμα 1.8 δείχνει το βασικό περίγραμμα.



Σχήμα 1.7 : Ο επιταχυντής Van de Graaff



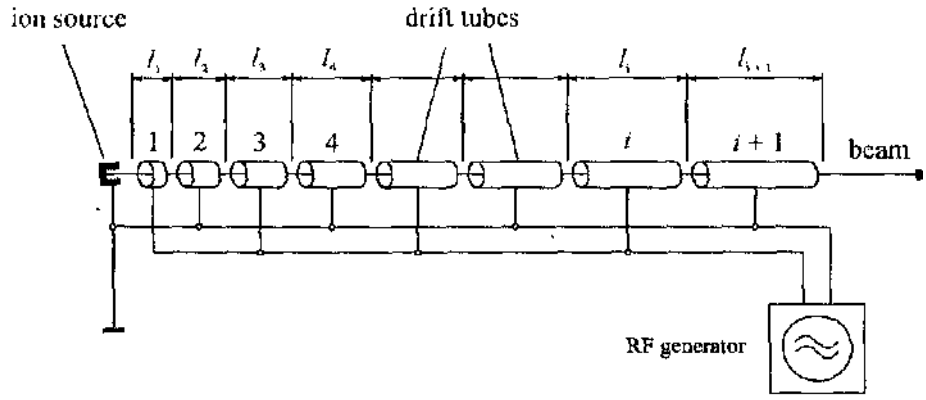
Σχήμα 1.8 : Ο επιταχυντής TANDEM.

Τα ιόντα, τα οποία στην αρχή είναι θετικά, προέρχονται από μια πηγή ιόντων και μετά περνούν σε μια περιοχή ανταλλαγής φορτίων όπου εκεί κερδίζουν ηλεκτρόνια μέχρι να έχουν πλεόνασμα οπότε και γίνονται αρνητικά ιόντα. Ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο συλλέγει τα ιόντα με ένα συγκεκριμένο λόγο e/m τα οποία μετά εισάγονται στον επιταχυντή. Τα σωματίδια περνούν τη διαφορά δυναμικού μια φορά κερδίζοντας ενέργεια και μετά συγκρούονται με μόρια

ενός αερίου (gas stripper) όπου χάνουν τα επιπρόσθετα ηλεκτρόνια τους ώστε όταν αυτά αποχωρήσουν από το αέριο αυτό, που καλείται και 'απογυμνωτής', να είναι και πάλι θετικά ιόντα. Επειδή το φορτίο τους έχει αντιστραφεί κερδίζουν ενέργεια για δεύτερη φορά στην δεύτερη περιοχή επιτάχυνσης όπου το πεδίο οφείλεται στην ίδια διαφορά δυναμικού αλλά είναι αντιστραμμένο σε σχέση με την πρώτη περιοχή επιτάχυνσης. Καθώς τα σωματίδια βγαίνουν από τον επιταχυντή, ένα αποκλίνων μαγνητικό πεδίο διαλέγει εκείνα τα σωματίδια με το απαραίτητο φορτίο και ενέργεια. Αυτήν η αρχή επιτρέπει σε ενέργειες άνω των 1000 MeV να παραχθούν με πολλαπλά ιονισμένα ιόντα.

Ο γραμμικός επιταχυντής.

Όλοι οι ηλεκτροστατικοί επιταχυντές που παράγουν υψηλές τάσεις περιορίζονται από τον σχηματισμό Corona και αποφορτίζονται. Το 1924 για να λυθεί αυτό το πρόβλημα, ο Gustav Ising πρότεινε να χρησιμοποιηθούν αντί για συνεχείς τάσεις, εναλλασσόμενες τάσεις υψηλών συχνοτήτων. Τρία χρόνια αργότερα ο Wideroe πραγματοποίησε τη πρώτη επιτυχημένη δοκιμή ενός γραμμικού επιταχυντή ο οποίος βασίζονταν στην προηγούμενη αρχή. Όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 1.9 αποτελείται από μια σειρά μεταλλικούς σωλήνες ολίσθησης οι οποίοι είναι διατεταγμένοι κατά μήκος του άξονα της δέσμης και συνδεδεμένοι με εναλλασσόμενη πολικότητα με ένα τροφοδοτικό ραδιοσυχνοτήτων. Η παροχή αυτή επιδίδει μια υψηλής συχνότητας εναλλασσόμενη τάση της μορφής $U(t)=U_{max}\sin\omega t$.



Σχήμα 1.9 : Ο γραμμικός επιταχυντής.

Κατά τη διάρκεια της μισής περιόδου η τάση που εφαρμόζεται στον πρώτο σωλήνα επιταχύνει τα σωματίδια που αφήνουν την πηγή των ιόντων. Τα σωματίδια φτάνουν στον πρώτο απομακρυσμένο σωλήνα με μια ταχύτητα υ_1. Μετά αυτά τα σωματίδια περνούν από τον σωλήνα ολίσθησης, οποίος δρα σαν "κλωβός Faraday" που τα προστατεύει από εξωτερικά πεδία. Εν τω μεταξύ, η

διεύθυνση του πεδίου της ραδιοσυχνότητας έχει αλλάξει κατεύθυνση χωρίς όμως τα σωματίδια να νιώθουν κάποια επίδραση αυτού του γεγονότος. Όταν φτάνουν στο κενό ανάμεσα στον πρώτο και τον δεύτερο σωλήνα ολίσθησης, υφίστανται πάλι μια επιτάχυνση. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε ένα από τους σωλήνες ολίσθησης. Μετά τον i-στο σωλήνα ολίσθησης, τα σωματίδια φορτίου q έχουν αποκτήσει ενέργεια

$$E_i = iqU_{max}\sin\psi_0 \tag{1.14}$$

όπου ψ_o είναι η μέση τιμή φάσης της τάσης της ραδιοσυχνότητας που βλέπουν τα σωματίδια καθώς περνούν τα κενά ανάμεσα στους σωλήνες ολίσθησης. Είναι προφανές ότι η ενέργεια πάλι ανάλογη του συνολικού αριθμού i των διάκενων που έχουν διασχίσει τα σωματίδια. Όμως το σημαντικό της υπόθεσης είναι ότι η μεγαλύτερη τάση στο σύστημα δεν ξεπερνά τη U_{max}. Είναι επομένως δυνατό να παράγουμε ενέργειες σωματιδίων οσοδήποτε υψηλές χωρίς να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της αποφόρτισης της τάσης όπως στους επιταχυντές συνεχούς τάσης. Αυτό είναι το αναμφισβήτητο πλεονέκτημα των RF επιταχυντών έναντι των ηλεκτροστατικών συστημάτων. Για το λόγο αυτό σχεδόν όλοι οι επιταχυντές σωματιδίων σήμερα χρησιμοποιούν εναλλασσόμενες τάσεις υψηλών συχνοτήτων που παράγονται από ισχυρές RF γεννήτριες.

Κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης, η ταχύτητα αυξάνεται μονότονα αλλά η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης πρέπει να διατηρείται σταθερή προκειμένου να διατηρείται το κόστος των ήδη ακριβών τροφοδοτικών RF, σε λογικά πλαίσια. Αυτό συνεπάγεται αύξηση των κενών χώρων ανάμεσα στους σωλήνες ολίσθησης. Όταν ένα σωματίδιο μάζας m περνάει μέσα από το i-στο σωλήνα ολίσθησης με ταχύτητα u_1, έχει μια ενέργεια

$$E_i = \frac{1}{2}mu_i^2 \tag{1.15}$$

υποθέτοντας ότι δεν έχουμε σχετικιστικές ταχύτητες (δηλαδή u<< c). Επίσης, η τάση RF μετακινείται κατά μισή περίοδο $T_{RF}/2$ καθώς το σωματίδιο περνάει από ένα σωλήνα ολίσθησης. Αυτό δίνει την απαραίτητη απόσταση ανάμεσα στο i-στο και στο (ι + 1)-στο σωλήνα ολίσθησης ώστε να ισχύει

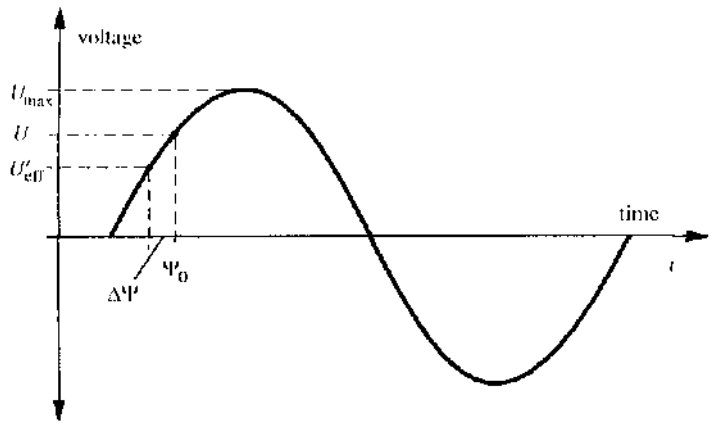
$$l_i = \frac{u_i \cdot T_{RF}}{2} = \frac{u_i}{2\nu_{RF}} = \frac{u_i\lambda_{RF}}{2c} = \beta_i\frac{\lambda_{RF}}{2} \tag{1.16}$$

εδώ υποθέτουμε ότι η συχνότητα $\nu_{RF} = c/\lambda_{RF}$ είναι συνεχώς σταθερή. β_i είναι η σχετική ταχύτητα u_i/c . Από τις σχέσεις (1.14) μέχρι και (1.16) προκύπτει ότι

$$l_i = \frac{1}{\nu_{RF}}\sqrt{\frac{iqU_{max}\sin\psi_0}{2m}} \tag{1.17}$$

οπότε τα κενά επιτάχυνσης ανάμεσα στους σωλήνες ολίσθησης πρέπει να αυξάνουν ανάλογα του $(i)^{1/2}$.

Σε αυτόν τον γραμμικό επιταχυντή υψηλών συχνοτήτων υπάρχει ακόμη ένα πρόβλημα που ζητά επίλυση, όπως προκύπτει από την σχέση (1.14). Η ενέργεια που μεταφέρεται στα σωματίδια εξαρτάται από την τάση U_{max} και την ονομαστική φάση ψ_o. Όταν χρησιμοποιείται ένα μεγάλος αριθμός από κενά ανάμεσα στους σωλήνες, μια μικρή απόκλιση από την ονομαστική τιμή U_{max} σημαίνει ότι η ταχύτητα των σωματιδίων δεν "ταιριάζει" πια ακριβώς με την ιδανική ταχύτητα που προβλέπεται από το μέγεθος των διάκενων ανάμεσα στους σωλήνες ολίσθησης, έτσι ώστε τα σωματίδια να υφίστανται μια μετατόπιση φάσης σχετικά με αυτήν της τάσης RF. Τότε όμως χάνεται ο συγχρονισμός ανάμεσα στην κίνηση του σωματιδίου και στο RF πεδίο. Για το λόγο αυτό είναι απαραίτητος ένας μηχανισμός που να επαναφέρει τα σωματίδια στην κανονική τους φάση σε περίπτωση παρέκκλισης.
Ευτυχώς, υπάρχει μια παρά πολύ απλή αρχή που να ικανοποιεί την παραπάνω απαίτηση η οποία θα περιγράφει με τη βοήθεια του σχήματος 1.10.



Σχήμα 1.10 : Η εστίαση της τάσης στους γραμμικούς επιταχυντές

Το βασικό στην όλη υπόθεση δεν είναι να χρησιμοποιήσουμε τη φάση $\psi_o = \pi/2$ και επομένως την τάση κόρου U_{max} για την επιτάχυνση των σωματιδίων αλλά αντίθετα να χρησιμοποιήσουμε μια τιμή $\psi_o<\pi/2$. Η αποτελεσματική τάση

επιτάχυνσης τότε είναι $U_{eff} < U_{max}$. Ας υποθέσουμε ότι ένα σωματίδιο έχει κερδίσει περισσότερη ενέργεια στο προηγούμενο στάδιο και γι αυτό το λόγο ταξιδεύει γρηγορότερα από ένα ιδανικό σωμάτιο όποτε φτάνει και γρηγορότερα. Αυτό τότε βλέπει μια μέση RF φάση, $\psi = \psi_o - \Delta\psi$ και επιταχύνεται από μια τάση

$$U'_{eff} = U_{max} \sin\left(\psi_0 - \Delta\psi\right) \langle\ U_{max} \sin\psi_0 \qquad (1.18)$$

που είναι μικρότερη της ιδανικής. Επομένως το σωματίδιο κερδίζει λιγότερη ενέργεια από την προβλεπόμενη και επιβραδύνει μέχρι να επιστρέψει στην ονομαστική του ταχύτητα. Το αντίθετο συμβαίνει σε σωματίδια των οποίων η ενέργεια είναι μικρότερη της αναμενόμενης. Στη πράξη όλα τα σωματίδια ταλαντώνονται γύρω από την ονομαστική φάση ψ_o. Αυτήν η τεχνική της εστίασης της φάσης είναι εξαιρετικής σημασίας στον σχεδιασμό των επιταχυντών που χρησιμοποιούν RF τάση.

Σήμερα βέβαια οι σωλήνες ολίσθησης δεν χρησιμοποιούνται πια και έχουν αντικατασταθεί από κοιλότητες. Οι πρώτες μελέτες για την χρησιμότητα των κοιλοτήτων στους γραμμικούς επιταχυντές έγιναν το 1933 και 1934 από τον J.Beams και τους συνεργάτες του στο πανεπιστήμιο της Virginia και την ίδια περίπου εποχή από τον W.W. Hansen στο πανεπιστήμιο του Stanford. Ο Hansen χρησιμοποίησε για πρώτη φορά σωλήνες Klystron για οδηγούς, μια τεχνική που υιοθετείται επιτυχώς μέχρι και σήμερα. Αυτοί οι πρώτοι γραμμικοί επιταχυντές κοιλοτήτων, επιτάχυναν ηλεκτρόνια και εκμεταλλεύτηκαν το γεγονός ότι με ενέργειες των μερικών MeV τα σωματίδια έχουν ήδη αποκτήσει ταχύτητες που προσεγγίζουν την ταχύτητα του φωτός. Καθώς επιταχύνονται τα ηλεκτρόνια, αυξάνουν σε μάζα αλλά η ταχύτητά τους παραμένει σχεδόν σταθερή. Αυτό επιτρέπει στις δομές των κοιλοτήτων του ίδιου μεγέθους να χρησιμοποιηθούν κατά μήκος όλου του γραμμικού επιταχυντή πράγμα που οδηγεί σε μια σχετικά απλή σχεδίαση. Σήμερα ο μεγαλύτερος γραμμικός επιταχυντής ηλεκτρονίων υπάρχει στο Stanford Linear Accelerated Center (SLAC) στην California. Είναι μήκους περίπου 3 χιλιομέτρων και φτάνει σε ενέργειες περίπου 50 GeV.

Στην περίπτωση όμως πρωτονίων και άλλων βαρέων ιόντων, τα σωματίδια δεν μπορούν να αποκτήσουν σχετικιστικές ταχύτητες στα πρώτα στάδια του γραμμικού επιταχυντή και γι' αυτό το λόγο μία σχεδίαση τύπου Wideroe είναι απαραίτητη, κατά την οποία το μήκος των σωλήνων ολίσθησης αυξάνει ανάλογα του $i^{1/2}$. Οι σωλήνες ολίσθησης οι οποίοι δεν έχουν κάποιο πεδίο μέσα τους, περιέχουν τους μαγνήτες που χρειάζονται για εστιάσουν την δέσμη. Η εξέλιξη της διάταξης αυτής που συναντάται σήμερα με τον όρο 'δομή Alvarez' για γραμμικούς επιταχυντές πρωτονίων και άλλων βαρέων ιόντων, ξεκίνησε

πρώτα από τον L.Alvarez και τον W.K.H Panofsky μετά τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο. Σήμερα τέτοια συστήματα χρησιμοποιούνται για να επιταχύνουν σωματίδια που κυμαίνονται από πρωτόνια μέχρι και τα πιο βαριά ιόντα, φτάνοντας ενέργειες μέχρι 20 MeV ανά πυρήνα.

Το Κύκλοτρο

Αν και οι γραμμικοί επιταχυντές μπορούν επί της αρχής να επιτύχουν υψηλές ενέργειες σωματιδίων, το μήκος και επομένως και το μέγεθος του όλου συστήματος αυξάνεται με την ενέργεια. Επομένως είναι γενικά επιθυμητό να οδηγούμε τα σωματίδια σε μια κυκλική διαδρομή και έτσι να χρησιμοποιούμε την ίδια επιταχυντική μονάδα πολλές φορές. Ο πρώτος κυκλικός επιταχυντής που αναπτύχθηκε με βάση την παραπάνω θεωρία ήταν το 'κύκλοτρο' και προτάθηκε από τον E.O.Lawrence στο πανεπιστήμιο της California το 1930. Ένα χρόνο μετά ο Livingston κατάφερε να επιδείξει επιτυχώς ένα τέτοιο μηχανισμό πειραματικά. Το 1932, οι προαναφερθέντες συνεργαζόμενοι κατάφεραν να κατασκευάσουν το πρώτο κύκλοτρο κατάλληλο για πειράματα, με μέγιστη ενέργεια 1.2 MeV.
Προκειμένου να κινηθούν τα σωματίδια γύρω σε μια κυκλική διαδρομή, το κύκλοτρο χρησιμοποιεί ένα σιδερένιο μαγνήτη ο οποίος παράγει ένα ομογενές πεδίο εντάσεως περίπου στα 2 Tesla ανάμεσα στους δυο κυκλικούς πόλους του. Τα σωματίδια κυκλοφορούν σε μια επίπεδη επιφάνεια ανάμεσα από τους πόλους. Προκειμένου να πάρουμε την εξίσωση κίνησης των σωματιδίων σε ένα ομογενές πεδίο, θα διαλέξουμε χωρίς να χάνουμε την γενικότητα ένα σύστημα συντεταγμένων στο οποίο οι άξονες των –χ και –ψ βρίσκονται στο επίπεδο της τροχιάς. Τότε το μαγνητικό πεδίο έχει μόνο μια συνιστώσα κάθετη σ αυτούς τους άξονες και μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathrm{B}_z \end{pmatrix} \tag{1.19}$$

Η εξίσωση κίνησης θα προκύψει από την έκφραση της δύναμης Lorentz (1.9) θέτοντας το ηλεκτρικό πεδίο με E = 0. Οπότε μετά έχουμε την σχέση

$$\vec{F} = \dot{p} = \frac{d}{dt}(m\vec{u}) = e\vec{u} \times \vec{B} \tag{1.20}$$

Υποθέτουμε ότι η κίνηση περιορίζεται στο επίπεδο χ – ψ. Η ορμή του σωματιδίου παίρνει τότε τη μορφή

$$p = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} \upsilon_x \\ \upsilon_y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.21}$$

Χρησιμοποιώντας αυτές τις εκφράσεις για το B και την p (η την u) μπορούμε να υπολογίσουμε το κάθετο διάνυσμα στην σχέση (1.20) οπότε :

$$\dot{p} = e\begin{pmatrix} \upsilon_y \mathrm{B}_z \\ -\upsilon_x \mathrm{B}_z \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.22}$$

ή σε μορφή συνιστωσών μπορούμε να πάρουμε τα

$$\begin{aligned} p_x &= m\dot{\upsilon}_x = \ e\upsilon_y B_z \\ \dot{p}_y &= m\dot{\upsilon}_y = -e\upsilon_x B_z \end{aligned} \tag{1.23}$$

διαφορίζοντας αυτές τις εξισώσεις ως προς το χρόνο και συνδυάζοντας τις εκφράσεις που προκύπτουν με τις σχέσεις (1.23) μπορούμε τελικά να βρούμε τις ζητούμενες εξισώσεις κίνησης

$$\begin{aligned} \ddot{\upsilon}_x + \frac{e^2}{m^2} B_z^2 \upsilon_x &= 0 \\ \ddot{\upsilon}_y + \frac{e^2}{m^2} B_z^2 \upsilon_y &= 0 \end{aligned} \tag{1.24}$$

με λύσεις τις

$$\begin{aligned} \upsilon_x(t) &= \upsilon_0 \cos \omega_z t \\ \upsilon_y(t) &= \upsilon_0 \sin \omega_z t \end{aligned} \tag{1.25}$$

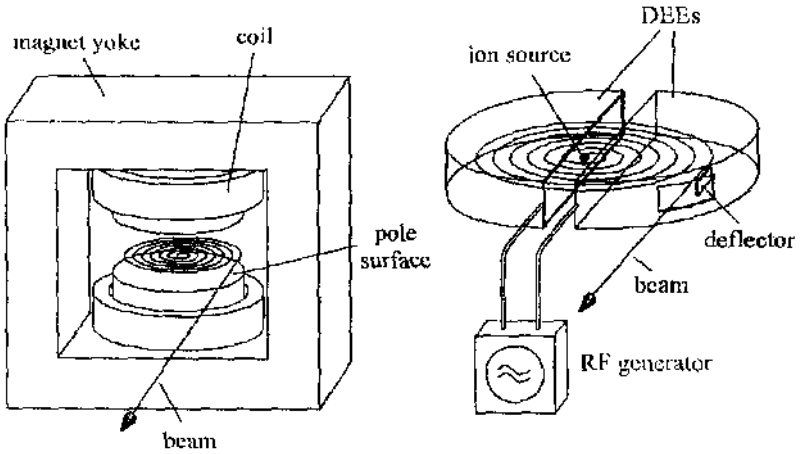
Τα σωματίδια ακολουθούν συνεπώς μια κυκλική τροχιά ανάμεσα στους πόλους με μια συχνότητα περιστροφής

$$\omega_Z = \frac{e}{m} B_Z \tag{1.26}$$

η οποία είναι γνωστή και σα συχνότητα 'κύκλοτρου'. Παρατηρείστε ότι η ω_Z δεν εξαρτάται καθόλου από την ταχύτητα του σωματιδίου. Αυτό συμβαίνει

διότι καθώς η ενέργεια αυξάνει, αυξάνει αναλογικά η ακτίνα της τροχιάς επομένως και η περιφέρεια στην οποία κινούνται τα σωματίδια. Μια μεγαλύτερη ταχύτητα αντισταθμίζεται από μια μεγαλύτερη ακτίνα υπό τον όρο ότι η μάζα m παραμένει σταθερή. Αυτή η συνθήκη ικανοποιείται μόνο για μη σχετικιστικά σωματίδια.

Το κύκλοτρο που φαίνεται στο σχήμα 1.11, βασίζεται στο γεγονός ότι η συχνότητα κύκλοτρου παραμένει σταθερή. Αποτελείται από ένα μεγάλο μαγνήτη σε σχήμα Η του οποίου οι οπλισμοί διαρρέονται από σταθερό ρεύμα. Ανάμεσα στους πόλους του μαγνήτη υπάρχει ένας θάλαμος κενού ο οποίος περιέχει επίσης τα ηλεκτρόδια σχήματος D, τα οποία είναι γνωστά σαν Dees, και απαιτούνται για την επιτάχυνση των σωματιδίων. Αυτά είναι διαμορφωμένα σαν ένα επίπεδο τενεκεδένιο κουτί που είναι κομμένο στη μέση. Η RF τάση από μια γεννήτρια εφαρμόζεται ανάμεσα σε αυτά τα δυο μισά. Τα σωματίδια εκπέμπονται από μια πηγή ιόντων στο κέντρο, ανάμεσα στους δυο πόλους. Καθώς η κυκλική τους τροχιά περνάει από το κενό ανάμεσα στα δυο Dees, επιταχύνονται και συνεχίζουν κατά μήκους μιας νέας διαδρομής με μεγαλύτερη τροχιά (ακτίνα) μέχρι να φτάσουν στο κενό μισή κυκλική τροχιά μετά. Η υψηλή συχνότητα της παροχής εκλέγεται έτσι ώστε να είναι ακριβώς ίδια με τη συχνότητα κύκλοτρου δηλαδή $\omega_{RF} = \omega_Z$. Αυτήν η τιμή είναι συνήθως γύρω στα 10 MHz για μια RF ισχύ γύρω στα 100 kW. Αυτό εξασφαλίζει ότι τα σωματίδια πάντα θα συναντούν ένα πεδίο επιτάχυνσης στο κενό. Όπως τα σωματίδια κερδίζουν ενέργεια, κινούνται σπειροειδώς εξωτερικά μέχρι να φτάσουν στην άκρη του μαγνήτη. Εκεί αποκλίνουν με τη βοήθεια ενός μικρού ηλεκτροδίου ή ενός μικρού αποκλίνοντος μαγνήτη και κατευθύνονται στο πείραμα.



Σχήμα 1.11 : Το κύκλοτρο

Οι κλασικοί επιταχυντές κύκλοτρου μπορούν να επιταχύνουν πρωτόνια, δευτερόνια και σωματίδια α μέχρι και ενέργειες 22 MeV ανά φορτίο ηλεκτρονίου. Σε αυτές τις ενέργειες η κίνηση είναι ικανοποιητικά μη σχετικιστική (u = 0.15c) για να παραμείνει η συχνότητα περιστροφής περίπου σταθερή κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης εκπληρώνοντας έτσι την συνθήκη κύκλοτρου.

Σε υψηλότερες ενέργειες η συχνότητα κύκλοτρου μειώνεται αντιστρόφως ανάλογα με την αυξανόμενη μάζα των σωματιδίων m(E). Αν η συχνότητα της παροχής RF μειωθεί ανάλογα, μπορούν να επιτευχθούν ακόμη υψηλότερες ενέργειες. Αυτή η αρχή εφαρμόζεται στο 'συνχροκύκλοτρο'. Αποδεικνύεται ότι η υψηλή συχνότητα είναι βέλτιστη μόνον για σωματίδια σε ένα περιορισμένο ενεργειακό εύρος οπότε η δέσμη μπορεί να επιταχύνεται μόνο σε μικρούς παλμούς ή πακέτα σωματιδίων. Επομένως η ένταση της δέσμης είναι χαμηλότερη.

Μια περισσότερο αποτελεσματική μέθοδος υιοθετείται από το 'ισοκύκλοτρο', στο οποίο το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται ακτινικά με τέτοιο τρόπο ώστε η συχνότητα κύκλοτρου παραμένει σταθερή ίση με

$$\omega_Z = \frac{qB_Z(r(E))}{m(E)} = cons \qquad (1.27)$$

όπου το r(E) είναι η ακτίνα της τροχιάς, E είναι η ενέργεια ενός σωματιδίου και q είναι το φορτίο του. Όμως αυτήν η προσέγγιση έχει το πρόβλημα της απόκλισης της δέσμης με τη μεταβολή του μαγνητικού πεδίου.

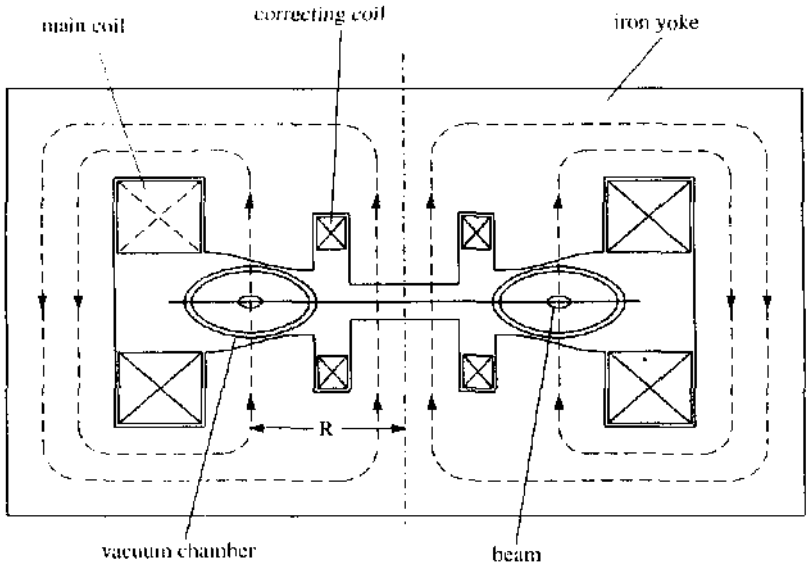
Έχοντας εξοικειωθεί με την αρχή λειτουργίας του κύκλοτρων η οποία βασίζεται στην σταθερότητα της συχνότητας περιστροφής ω_z, παρατηρούμε ότι δεν μπορούμε να την εφαρμόσουμε άμεσα στα ηλεκτρόνια επειδή η πολύ μικρή μάζα τους (m_e = 0.511 MeV) σημαίνει ότι φτάνουν πολύ γρήγορα σε σχετικιστικές ταχύτητες δηλαδή $u \approx c$. Άρα η μάζα τους θα αυξάνει σχεδόν αναλογικά με την ενέργεια τους με αποτέλεσμα η συχνότητα κύκλοτρο ω_z να φθίνει αντιστρόφως ανάλογα. Αυτό το φαινόμενο δεν μπορεί να αντισταθμιστεί αλλάζοντας την υψηλή συχνότητα η αλλοιώνοντας το μαγνητικό πεδίο.

Μιλώντας με αυστηρούς όρους, δεν είναι πραγματικά απαραίτητο η συχνότητα περιστροφής να είναι σταθερή: είναι απλά αρκετό για τα σωματίδια να δουν την ίδια φάση της RF τάσης σε κάθε περιστροφή. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί διαλέγοντας μια σχετικά υψηλή συχνότητα επιτάχυνσης (γύρω στα 3 GHz) και αναλογικά ένα μικρό μήκος κύματος (c = λν) και προσαρμόζοντας το

ενεργειακό κέρδος ανά περιστροφή έτσι ώστε η ολική περιφέρεια της τροχιάς του σωματιδίου να αυξάνει κατά ένα ακέραιο αριθμό των RF μηκών κύματος. Αυτή η αρχή εφαρμόζεται στο 'μίκροτρο' ένα είδος κύκλοτρου για ηλεκτρόνια.

Το Βήτατρον (Betatron)

Σε όλους τους επιταχυντές που παρουσιάστηκαν μέχρι τώρα έχουμε υποθέσει ότι το μαγνητικό πεδίο παραμένει σταθερό και η ακτίνα της τροχιάς αυξάνει ανάλογα με την ενέργεια. Στο βήτατρον, το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται καθώς τα σωματίδια επιταχύνονται έτσι ώστε η κυκλική διαδρομή να παραμένει στο ίδιο μέγεθος. Το ηλεκτρικό πεδίο που προκαλεί την επιτάχυνση προκύπτει φυσιολογικά από το μαγνητικό πεδίο, το οποίο μεταβάλλεται πολύ γρήγορα με το χρόνο, σε συμφωνία με το νόμο της επαγωγής. Επομένως δεν είναι απαραίτητο να κατασκευαστεί ένας ειδικός τομέας στη διάταξη επιτάχυνσης. Το βήτατρον το οποίο απεικονίζεται στο σχήμα 1.12 είναι στην ουσία ένας μετασχηματιστής AC με το δεύτερον πηνίο να έχει αντικατασταθεί από μια κυκλική δέσμη ηλεκτρονίων.



Σχήμα 1.12 : Η διατομή σε ένα βήτατρον

Ο πρώτος επιταχυντής βήτατρον που βασίζονταν στην παραπάνω αρχή κατασκευάστηκε το 1940 από τον D.W.Kerst στο πανεπιστήμιο του Illinois. Αυτός ο επιταχυντής ήταν ικανός να επιταχύνει ηλεκτρόνια μέχρι και ενέργειες 2.3 MeV. Μόνο δυο χρόνια αργότερα ο Kerst και οι συνεργάτες του

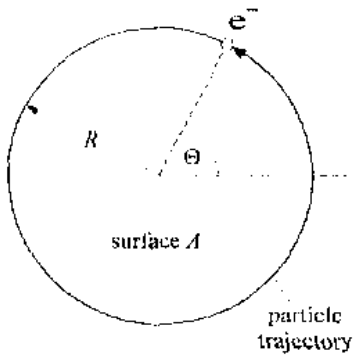
κατάφεραν να κατασκευάσουν έναν επιταχυντή βήτατρον ενεργειών μέχρι και 20 MeV. Σήμερα μια σειρά από επιταχυντές βήτατρον λειτουργούν σε αυτό το εύρος ενεργειών και χρησιμοποιούνται κυρίως για ιατρικές εφαρμογές.

Είναι κρίσιμο για τη λειτουργία του βήτατρου, η τροχιά των σωματιδίων να παραμένει σταθερή κατά μέση τιμή στη διάρκεια της επιτάχυνσης. Θα πρέπει επομένως να ικανοποιείται μία συνθήκη σταθερότητας.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, το βήτατρον βασίζεται στην εφαρμογή του νόμου της επαγωγής.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_A \int \dot{\vec{B}} \cdot d\vec{s} \qquad (1.32)$$

Το μαγνητικό πεδίο B(t) παράγεται από ένα εναλλασσόμενο ρεύμα μέσω ενός πρωτεύοντος πηνίου και έχει επίσης μια ημιτονοειδή μορφή $B(t) = B_o \sin\omega t$. Ο επιταχυντής βήτατρον έχει μια γεωμετρία συμμετρική και για τους υπολογισμούς μας μπορούμε να υποθέσουμε μια κυκλική τροχιά σταθερής ακτίνας R όπως φαίνεται στο σχήμα 1.13.



Σχήμα 1.13 : η τροχιά των σωματιδίων

Η επιφάνεια που περιβάλλεται από αυτή την τροχιά είναι A. Εξαιτίας της συμμετρίας η αζιμουθιακή κατανομή του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερή δηλαδή $dB/d\Theta = 0$. Παρόλα αυτά το πεδίο μεταβάλλεται ακτινικά, $B(r) \neq$ σταθερό. Η μέση τιμή του μαγνητικού πεδίου που περνάει κάθετα στην επιφάνεια A δίνεται από την σχέση

$$\left\langle \left| B \right| \right\rangle = \frac{1}{\pi R^2} \iint_A \vec{B}(r) \cdot d\vec{s} \tag{1.33}$$

Σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής (1.32) το πεδίο επάγει ένα ηλεκτρικό πεδίο E(r) κατά μήκος της τροχιάς του σωματιδίου. Η συμμετρία διασφαλίζει ότι dE/dΘ=0. Με αυτήν τη συμμετρία η σχέση (1.32) απλοποιείται στην

$$2\pi R \left| \vec{E} \right| = -\pi R^2 \frac{d}{dt} \left\langle \left| \vec{B} \right| \right\rangle \Rightarrow \left| \vec{E} \right| = -\frac{R}{2} \left\langle \left| \dot{\vec{B}} \right| \right\rangle \tag{1.34}$$

Επομένως τα ηλεκτρόνια αισθάνονται μια δύναμη επιτάχυνσης

$$\left| \vec{F} \right| = \left| \dot{\vec{p}} \right| = -e \left| \vec{E} \right| = \frac{eR}{2} \left\langle \left| \dot{\vec{B}} \right| \right\rangle \tag{1.35}$$

Χρησιμοποιώντας p = E/c και u = c προκύπτει αμέσως από την σχέση (1.29) ότι 1/R = e│B│/│p│ και για αυτό το λόγο θα ισχύει και │p│= eR│B│. Συγκρίνοντας αυτές τις εκφράσεις με την σχέση (1.35) καταλήγουμε στην σχέση $\left| \dot{\vec{B}} \right| = \frac{\left(\left| \dot{\vec{B}} \right| \right)}{2}$ και ολοκληρώνοντας ως προς το χρόνο οδηγούμαστε στη συνθήκη γνωστή σαν 'συνθήκη βήτατρον του Wideroe'

$$\left| \vec{B}(t) \right| = \frac{1}{2} \left\langle \left| \vec{B}(t) \right| \right\rangle + \left| \vec{B}_0 \right| \tag{1.36}$$

Η συνθήκη του Wideroe περιγράφει τις συνθήκες κάτω από τις οποίες μπορεί να επιτευχθεί σταθερή κίνηση σωματιδίων κατά τη διάρκεια επιτάχυνσης και το σχήμα του μαγνητικού πόλου πρέπει να σχεδιαστεί σε συμφωνία με αυτή τη συνθήκη. Το σταθερό πεδίο |Bo|, το οποίο μπορεί να προσαρμοστεί με διορθωτικά πηνία, επιτρέπει να ρυθμιστεί η τροχιά των σωματιδίων. Τα σωματίδια εκτελούν εγκάρσιες ταλαντώσεις, γνωστές σαν **ταλαντώσεις βήτατρον**, γύρω από την ονομαστική τροχιά. Σήμερα αυτήν η ονομασία έχει επικρατήσει ως γενικός όρος για όλες τις εγκάρσιες σωματιδιακές ταλαντώσεις στους επιταχυντές.

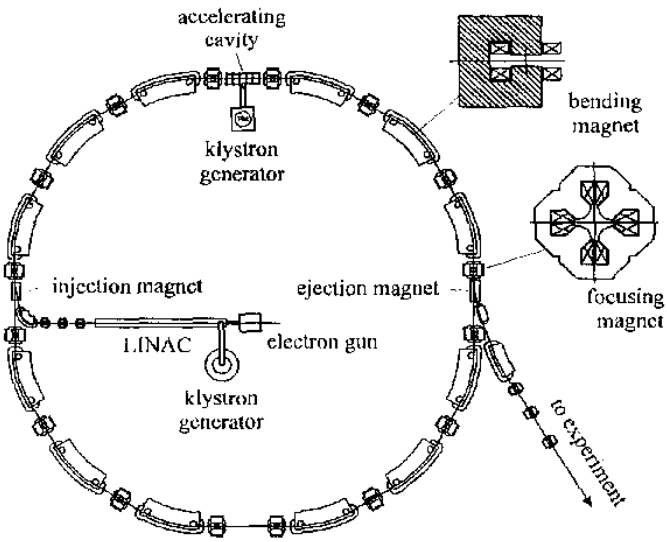
Το Σύγχροτρο

Η εξέλιξη της φυσικής στοιχειωδών σωματιδίων απαιτεί ακόμη υψηλότερες ενέργειες στις δέσμες σωματιδίων, οι οποίες δεν μπορούν να αποκτηθούν με τις σχετικά συμπαγείς μηχανές που έχουν περιγραφθεί μέχρι τώρα. Για σχετικιστικά σωματίδια (u = c) η ακτίνα της τροχιάς αυξάνει σύμφωνα με την εξίσωση (1.29) ως

$$R = \frac{E}{ecB} \tag{1.37}$$

Υπάρχει ένα τεχνικό όριο για το μαγνητικό πεδίο που μπορεί να παραχθεί στην πράξη και είναι γύρω στα B = 1.5 T στους συμβατικούς μαγνήτες και B = 5 T στους υπεραγώγιμους μαγνήτες. Αυτό σημαίνει ότι σε ενέργειες E > 1GeV η ακτίνα της τροχιάς αυξάνει σε αρκετά μέτρα και είναι δύσκολο να παραχθεί ένας μαγνήτης αυτού του μεγέθους. Επομένως αναπτύχθηκε το σκεπτικό η τροχιά του σωματιδίου να παραμένει σταθερή, ανεξαρτήτως μεγέθους αλλά σταθερής ακτίνας R, που περνάει από περιορισμένους μαγνήτες καμπύλωσης οι οποίοι έχουν το πεδίο τους στην περιοχή της δέσμης. Εφόσον η ακτίνα R είναι σταθερή προκύπτει αμέσως από τη σχέση (1.37) ότι ο λόγος E/B πρέπει να είναι σταθερός. Με αλλά λόγια το μαγνητικό πεδίο B πρέπει να αυξάνει συγχρόνως με την ενέργεια E. Γι' αυτό το λόγο και ο επιταχυντής ονομάζεται σύγχροτρο.

Αυτή η αρχή του σύγχροτρου προήλθε σχεδόν ταυτόχρονα το 1945 από τους E.M.McMillan του πανεπιστήμιου της California και V.Vesper στην Σοβιετική Ενωση. Τον ίδιο χρόνο ξεκίνησε η κατασκευή του πρώτου σύγχροτρου ηλεκτρονίων ενεργειών 320 MeV στο πανεπιστήμιο της California. Ένα χρόνο αργότερα χρησιμοποιώντας ένα πολύ μικρό μηχάνημα με μέγιστο ενέργειας 8 MeV οι F.G.Gouard και D.E.Barnes στην Αγγλία κατάφεραν να επιβεβαιώσουν τις θεωρητικές προβλέψεις για τη λειτουργία ενός σύγχροτρο. Τα πρώτα σχέδια για ένα σύγχροτρο πρωτονίου πραγματοποιήθηκαν το 1947 από τον M.L.Oliphant. Τότε στο ξεκίνημα του 1950 το κόσμοτρον, ένα σύγχροτρο πρωτονίου ενεργειών 3 GeV, κατασκευάστηκε στο Brookhaven. Ακολουθώντας όλες αυτές τις πρώιμες επιτυχίες μια σειρά από σύγχροτρα σχεδιάστηκαν και κατασκευάστηκαν στα τέλη του 1950 για να επιταχύνουν πρωτόνια καθώς και ηλεκτρόνια. Το σχήμα 1.14 δείχνει τη δομή και σημαντικά στοιχεία από έναν σύγχροτρο.



Σχήμα 1.14 : Το βασικό διάγραμμα ενός σημερινού συγχρότρου

Μεμονωμένοι στενοί μαγνήτες καμπύλωσης με απόσταση μεταξύ των πόλων γύρω στα 0.2 m και ομογενή πεδία έχουν τοποθετηθεί γύρω στη σχεδόν κυκλική τροχιά. Αφού τα σωματίδια κυκλοφορούν πολλές χιλιάδες φορές, η αναπόφευκτη απόκλισή τους καθιστά επιτακτική την εστίαση χρησιμοποιώντας ειδικούς μαγνήτες. Η εστίαση ήταν για κάποιο καιρό ενοποιημένη μέσα στους μαγνήτες καμπύλωσης με τη χρήση των μαγνητών συνδυασμένης λειτουργίας, κάτι που τελικά κατέληξε σε σχετικά απλές μαγνητικές διατάξεις. Σήμερα χρησιμοποιούνται ξεχωριστά στοιχεία (μαγνήτες ξεχωριστής λειτουργίας) για την καμπύλωση και την εστίαση της δέσμης ειδικά στα σύγχροτρα ηλεκτρονίων. Το σύγχροτρο χρειάζεται μόνο μερικές περιοχές επιτάχυνσης (σαν ελάχιστο μπορεί να είναι μία) στις οποίες επιταχύνονται τα σωματίδια από μια ή παραπάνω RF γεννήτριες. Αν η περιφέρεια της μηχανής L είναι ένα πολλαπλάσιο του μήκους κύματος της RF π.χ. $L = q\,\lambda_{RF}$ τα σωματίδια φτάνουν πάντα την δομή επιτάχυνσης με φάση ψ_o και το ενεργειακό κέρδος ανά στροφή είναι

$$\Delta E_{BEAM} = eU_{\max}\sin\psi_0 - \Delta E_{loss} \qquad (1.38)$$

Στους επιταχυντές πρωτονίων δεν υπάρχουν ενεργειακές απώλειες όποτε μπορούν να επιτευχθούν πολύ υψηλές ενέργειες, πάνω από 1000 GeV. Εδώ οι υπεραγώγιμοι μαγνήτες χρησιμοποιούνται για να κρατήσουν την δέσμη του επιταχυντή στην κυκλική διαδρομή. Στη περίπτωση των ηλεκτρονίων υπάρχει το μειονέκτημα της εκπομπής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, η οποία αυξάνει ισχυρά με την ενέργεια της δέσμης. Η ενέργεια που χάνεται εξαετίας

αυτής της αποκαλούμενης ακτινοβολία συγχρότρου, αυξάνει σύμφωνα με τη σχέση $\Delta E_{loss} \propto E^4$ και για ενέργειες της τάξης $E \approx 10$ GeV γίνεται τόσο προεξάρχουσα που πρέπει ουσιαστικά να λαμβάνεται σαν το άνω όριο στην ενέργεια για σύγχροτρα ηλεκτρονίων. Μια τέτοια απώλεια ενέργειας μπορεί μόνο να αναπληρωθεί παρέχοντας παραπάνω RF ισχύ, το οποίο βέβαια θα οδηγούσε σε ειδικές κατασκευές και υπέρογκα κόστη.

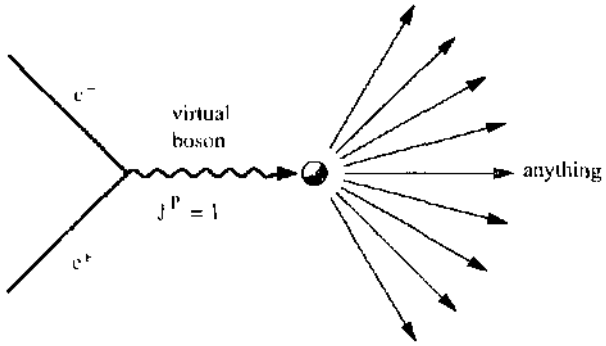
Τα σύγχροτρα δεν μπορούν επιταχύνουν σωματίδια με αρχική ενέργεια E=0. Αυτό συμβαίνει διότι δεν είναι δυνατό χρησιμοποιώντας χαμηλή ένταση ρεύματος στους μαγνήτες να παραχθεί ένα μαγνητικό πεδίο το οποίο θα ξεκινά ακριβώς όταν B = 0 και μετά θα αυξάνει γραμμικά και με ακρίβεια. Μια πηγή των προβλημάτων είναι τα εξουδετερωμένα πεδία από τους 'σιδηρομαγνήτες' οι οποίοι είναι ισχυρά εξαρτώμενοι από την διέγερση. Αυτοί προκαλούν σημαντικές και μη ελέγξιμες αποκλίσεις των σωματιδίων από την ιδανική τροχιά με αποτέλεσμα να οδηγούμαστε σε απώλειες δέσμης. Το μαγνητικό πεδίο της γης επίσης προκαλεί διαταράξεις. Αποτέλεσμα αυτών των προβλημάτων είναι τα σύγχροτρα να ξεκινούν να επιταχύνουν σωμάτια από 20 MeV και πάνω. Σαν γενικός κανόνας, τα προβλήματα επιτάχυνσης στα σύγχροτρα μειώνονται καθώς η ενέργεια έγχυσης αυξάνει της δέσμης (injection energy). Σε ένα σύγχροτρο ηλεκτρονίων ενεργειών 5-10 GeV μια πολύ καλή λύση, λαμβάνοντας υπόψη το κόστος, είναι να μπαίνει η δέσμη με μια ενέργεια γύρω στα 200 MeV . Για το λόγο αυτό τα σύγχροτρα πάντα δέχονται τη δέσμη από ένα γραμμικό επιταχυντή ή ένα μίκροτρο.

Οι δέσμες των σωματιδίων που παραδίνονται από ένα προ–επιταχυντή πρέπει να αποκλίνουν από την αρχική τους τροχιά στην τροχιά του σύγχροτρου από ένα μαγνήτη. Μέχρι το τέλος της μιας περιστροφής αυτό το μαγνητικό πεδίο πρέπει να απομακρύνεται η αλλιώς τα σωματίδια θα παρεκτρέπονται από την τροχιά και θα προσπίπτουν στα τείχη του κενού θαλάμου. Για να το επιτύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε ένα πολύ γρήγορο παλμικό μαγνήτη τον οποίο ονομάζουμε 'Kicker', με διάρκεια παλμού γύρω στο 1 μs. Για τους ίδιους λόγους αυτό το είδος του γρήγορου μαγνήτη χρησιμοποιείται επίσης για να 'τραβήξει' την δέσμη έξω από το σύγχροτρο στο τέλος του κύκλου επιτάχυνσης.

Παραγωγή σωματιδίων από σύγκρουση δεσμών

Η φυσική πίσω από τη σύγκρουση δεσμών σωματιδίων.

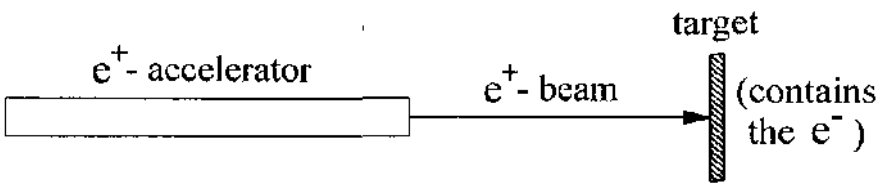
Ένας πολύ βασικός τρόπος για την παραγωγή βαρέων σωματιδίων είναι με βαθιά ανελαστική σύγκρουση ζευγών ηλεκτρονίων- ποζιτρονίων υψηλής ενέργειας όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.15.



Σχήμα 1.15 : μη ελαστική σύγκρουση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου

Σε αυτή την αντίδραση σωματιδίου-αντισωματιδίου και τα δυο εξαϋλώνονται και παράγεται ένα δυνητικό φωτόνιο το οποίο περιέχει την ενέργεια της όλης διαδικασίας. Αυτή αποτελείται από την ενέργεια ηρεμίας των δυο σωματιδίων, $2m_ec^2$, συν την κινητική τους ενέργεια πριν τη σύγκρουση η οποία σε υψηλά σχετικιστικές συγκρούσεις είναι το προεξάρχον συστατικό. Επειδή η δυναμική της διαδικασίας αυτής είναι πολύ καθαρή, ταιριάζει παρά πολύ για τη μελέτη πολύπλοκων σωματιδιακών δομών. Εκτός άλλων θεμάτων, έχει γίνει πολύ σημαντική έρευνα στα συστήματα quark-antiquark χρησιμοποιώντας αυτές τις αντιδράσεις ανάμεσα στα e^- και e^+ ειδικά ανάμεσα στο c-quark και στο B-quark. Μια από τις προκλήσεις της φυσικής των επιταχυντών είναι να αναπτύξουν μηχανές οι οποίες ευελπιστούμε ότι θα παράγουν αλληλεπιδράσεις σωματιδίων αυτού του είδους σε υψηλούς ρυθμούς γεγονότων.

Επί της αρχής, η σύγκρουση ανάμεσα σε e^- και e^+ μπορεί να επιτευχθεί πολύ απλά όπως δείχνει και το σχήμα 1.16.



Σχήμα 1.16 : σύγκρουση ηλεκτρόνιου-ποζιτρονίου σε συγκεκριμένο στόχο

Ένας επιταχυντής σωματιδίων χρησιμοποιείται για να φέρει τα ποζιτρόνια στην επιθυμητή ενέργεια E_1. Τα ποζιτρόνια μπορούν παράγονται από β^+ διάσπαση ή ακόμη και από δύδιμη γέννηση. Αν τότε τα εκτοξεύσουμε σε σταθερό στόχο από στερεό υλικό, θα συγκρουστούν με τα ατομικά ηλεκτρόνια δίνοντας έτσι την απαραίτητη κρούση ανάμεσα σε e^- και e^+. Το μειονέκτημα ενός τέτοιου συστήματος είναι ότι σε εξαιρετικά σχετικιστικές ενέργειες $\gamma = E/m_ec^2 >> 1$ σχεδόν όλη η ενέργεια χάνεται μέσω ανάκρουσης. Αυτό θα το δείξουμε ποσοτικά.
Ξεκινούμε διαλέγοντας ένα σύστημα αναφοράς K, σε ηρεμία στο εργαστήριο, πάνω στο οποίο το ποζιτρόνιο κινείται με ταχύτητα u και έχει ορμή p = mu. Ας καταγράψουμε τις ταχύτητες, ορμές και ενέργειες των δυο σωματιδίων πριν τη σύγκρουση :

Σύστημα αναφοράς Εργαστηρίου:

		t				
	e+		→	○	e+ (σε ηρεμία)	
Ταχύτητα:	υ_1	=	υ	υ_2	=	0
Ορμή:	p_1	=	p	p_2	=	0
Ενέργεια:	E_1	=	pc	E_2	=	0

Τώρα στο σύστημα κέντρου μάζας K΄, το άθροισμα των ορμών των σωματιδίων είναι 0 εξ ορισμού. Σε αυτό το σύστημα και τα δυο σωματίδια κινούνται με την ίδια ταχύτητα u αλλά σε αντίθετες κατευθύνσεις το ένα προς το άλλο.
Σε αυτό το σύστημα η λίστα με τα μεγέθη ταχύτητα -ορμή-ενέργεια έχει ως εξής:

Σύστημα αναφοράς κέντρου μάζας:

		t					
	e+		→	←	○	e+	
Ταχύτητα:	υ'_1	=	υ'		υ'_2	=	$-\upsilon'$
Ορμή:	p'_1	=	p'		p'_2	=	$-p'$
Ενέργεια:	E'_1	=	$p'c$		E'_2	=	$p'c$

Σε αυτή την επιλογή συστήματος αναφοράς το κέντρο μάζας Κ΄ κινείται με ταχύτητα u σε σχέση με το σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Στο σύστημα Κ΄ και τα δυο σωματίδια έρχονται σε απόλυτη ηρεμία στο σημείο της σύγκρουσης και η ενέργεια που μεταφέρεται στη σύγκρουση :

$$E^* = E_1' + E_2' = 2p'c = 2\gamma' m_e c^2 \tag{1.39}$$

είναι διαθέσιμη για αντιδράσεις ανάμεσα στα σωματίδια. Μέρος όμως της ολικής ενέργειας, η κινητική ενέργεια του κέντρου μάζας στο σύστημα του εργαστηρίου έχει χαθεί. Προκειμένου να υπολογίσουμε αυτό το κομμάτι ή εναλλακτικά την ενέργεια Ε* που είναι διαθέσιμη για την αντίδραση, πρέπει να καθορίσουμε το γ'. Αυτό το καθορίζουμε εφαρμόζοντας ένα μετασχηματισμό Lorentz για να πάρουμε την σχετικιστικά αναλλοίωτη ορμή του κέντρου μάζας στο σύστημα του εργαστηρίου. Εφόσον το κέντρο μάζας κινείται σε ευθεία γραμμή χρειαζόμαστε μόνο μια χωρική συνιστώσα χ. Γράφοντας β' = u' / c έχουμε :

$$\begin{pmatrix} E_1 / c \\ p_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma' & \beta'\gamma' \\ \beta'\gamma' & \gamma' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1' / c \\ p_1' \end{pmatrix} \tag{1.40}$$

Εάν τώρα θέσουμε $p'_1 = E'_1 / c$ αμέσως προκύπτει ότι :

$$p_1 = \gamma'(\beta' + 1)p_1' \tag{1.41}$$

Για εξαιρετικά σχετικιστικά σωματίδια όπου β=1 σε πολύ καλή προσέγγιση, η ορμή παίρνει επίσης τη μορφή :

$$p_1 = 2\gamma' p_1' = 2\gamma'(\gamma' m_e c) = 2\gamma'^2 m_e c \tag{1.42}$$

Χρησιμοποιώντας τη γενική έκφραση $p_1 = \gamma m_e c$ τελικά έχουμε τη σχετική ενέργεια από τα σωματίδια στο σύστημα κέντρο μάζας

$$\gamma' = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \tag{1.43}$$

Το κλάσμα της χρήσιμης ενέργειας (που είναι διαθέσιμη στην αντίδραση) από όλη την ενέργεια που παρέχεται στα σωματίδια E_1 είναι τότε

$$n = \frac{E^*}{E_1} = \frac{2\gamma' m_e c^2}{\gamma m_e c^2} = \frac{2\gamma'}{\gamma} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \qquad (1.44)$$

Σε σχετικιστικές ενέργειες με γ > 1000 η σχετική αποτελεσματικότητα της διαδικασίας γίνεται πολύ μικρή. Για να το θέσουμε αλλιώς, πόσο μεγάλη πρέπει να είναι η αρχική ενέργεια σωματιδίου E_1 προκειμένου να επιτύχουμε μια συγκεκριμένη ενέργεια αντίδρασης E* ; Η απάντηση μας δίνεται ξαναγράφοντας λίγο διαφορετικά την εξίσωση (1.44) :

$$E_1 = \frac{E^{*2}}{2 m_e c^2} \qquad (1.45)$$

Η διαδικασία παραγωγής B μεσονίων χρειάζεται ένα ελάχιστο ποσό ενέργειας E* = 9.47 GeV. Με $m_e c^2 = 5.11\ 10^{-4}$ GeV αμέσως βλέπουμε ότι E_1 = 87 750 GeV. Επιταχυντής ηλεκτρόνιων τόσο ισχυρός δεν προβλέπεται να κατασκευαστεί στο άμεσο μέλλον! Η λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι πολύ απλή: δυο δέσμες με το ίδιο πόσο ενέργειας εκτοξεύονται η μια απέναντι στην άλλη. Τα συστήματα εργαστηρίου και κέντρου μάζας γίνονται τότε όμοια και η ολική ενέργεια από και τις δυο δέσμες είναι διαθέσιμη για παραγωγή σωματιδίων, δηλαδή

$$e^+ \oplus \xrightarrow{E} \mathrm{x} \qquad \xleftarrow{E} \ominus\ e^+$$

$$E^* = 2E$$

Σε αυτή την περίπτωση τα B μεσόνια μπορούν να παραχθούν από δέσμες με μια ενέργεια γύρω στα E ≈ 5 GeV, πολύ εύκολα στους μοντέρνους επιταχυντές.

Ο 'δακτύλιος της αποθήκευσης'

Η ιδέα της εκτόξευσης δυο δεσμών ίδιας ενέργειας η μια απέναντι στη άλλη είναι απλή θεωρητικά αλλά όχι τόσο εύκολα πραγματοποιήσιμη στην πράξη. Η πυκνότητα σωματιδίων είναι σε υψηλά ενεργειακές δέσμες είναι πολύ χαμηλή σε σχέση με τη στέρεα κατάσταση όποτε η πιθανότητα αλληλεπίδρασης στις συγκρουόμενες δέσμες είναι πολύ μικρή. Οι μετωπικές συγκρούσεις που χρειάζονται για τις αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων είναι εξαιρετικά σπάνιες.

Συνεπώς πρέπει να γίνουν επίπονες προσπάθειες προκειμένου να παραχθεί ένας υψηλός ρυθμός γεγονότων στα πειράματα. Ο αριθμός των γεγονότων ανά δευτερόλεπτο δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{N}_p = \sigma_p L \tag{1.46}$$

Η ενεργός διατομή σ της αντίδρασης των σωματιδίων δίνεται από τους νόμους της φύσης ενώ ο παράγων L είναι ένα μέτρο της πιθανότητας αλληλεπίδρασης στις συγκρουόμενες δέσμες. Αυτός ο παράγων που καλείται 'Φωτεινότητα' καθορίζει την απόδοση του επιταχυντή. Υπολογίζεται ως εξής :

$$L = \frac{1}{4\pi} \frac{f_{rev} N_1 N_2}{\sigma_X \sigma_Z} \tag{1.47}$$

Είναι άμεσα εμφανές ότι η Φωτεινότητα αυξάνει αναλογικά με τον αριθμό των σωματιδίων N_i, ανά δέσμη σωματιδίων άρα και στο γινόμενο N_1N_2 για δυο δέσμες. Μειώνοντας το οριζόντιο και κατακόρυφο μέγεθος της δέσμης σ_X και σ_Z στην περιοχή σύγκρουσης αυξάνουμε την Φωτεινότητα. Επιπλέον το L είναι ανάλογο με τη συχνότητα με την οποία οι δέσμες βάλλονται η μια έναντι της άλλης. Όποτε οι επιταχυντές σωματιδίων πρέπει να σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτυγχάνουν ταυτόχρονα τόσο υψηλές ενέργειες στις δέσμες σωματιδίων όσο και με υψηλή Φωτεινότητα. Για το λόγο αυτό ο 'δακτύλιος της αποθήκευσης' (storage ring) έχει αποδειχθεί ο πιο πετυχημένος επιταχυντής που έχει σχεδιαστεί μέχρι σήμερα.
Ο 'δακτύλιος της αποθήκευσης' αποτελείται από ένα κυκλικό επιταχυντή που εξωτερικά μοιάζει πολύ με τον σύγχροτρο, αλλά με κάποιες σημαντικές διάφορες. Η πρώτη είναι ότι οι δυο δέσμες των ηλεκτρόνιων και ποζιτρονίων κυκλοφορούν μέσα στον επιταχυντή την ίδια στιγμή. Αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια κυκλοφορούν σύμφωνα με τη φορά του ρολογιού μέσω ενός μαγνητικού πεδίου και αισθάνονται την ίδια δύναμη που αισθάνονται τα ποζιτρόνια τα οποία κυκλοφορούν προς την αντίθετη κατεύθυνση δηλαδή

$$\vec{F} = e(\vec{u} \times \vec{B}) = -e(-\vec{u} \times \vec{B}) \tag{1.48}$$

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους ίδιους μαγνήτες και τον ίδιο θάλαμο κενού και για τις δυο δέσμες. Καθώς τα σωματίδια σε ένα δεδομένο πείραμα επιβάλλεται να συγκρούονται σε μια προκαθορισμένη ενέργεια η ενέργεια των δεσμών δεν πρέπει να μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της λήψης των δεδομένων. Αυτό σημαίνει ότι τα ρεύματα για

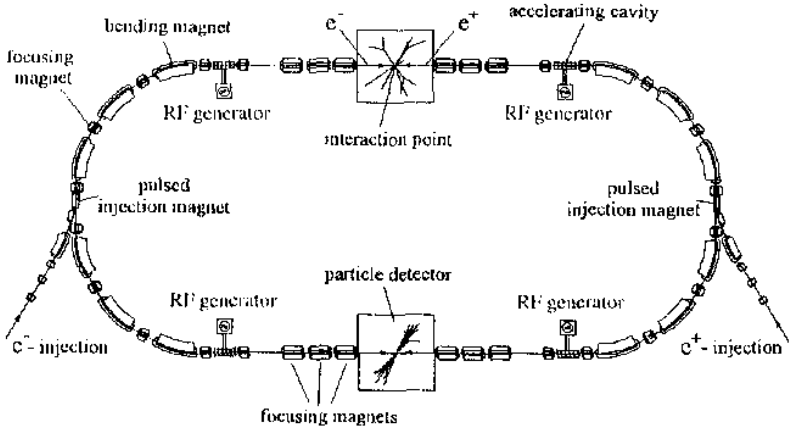
παράδειγμα σε όλους τους μαγνήτες πρέπει να διατηρούνται επίπεδα μέσα σε πολύ περιορισμένα όρια. Μιλώντας αυστηρά ο 'δακτύλιος της αποθήκευσης' δεν είναι στην ουσία καθόλου επιταχυντής με την έννοια την οποία γνωρίσαμε παραπάνω.

Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, πολύ λίγα σωματίδια υφίστανται στην ουσία μη ελαστικές συγκρούσεις σε κάθε δέσμη που διασταυρώνεται, όποτε η ένταση των δεσμών δεν φθίνει σημαντικά από αυτές τις αλληλεπιδράσεις. Οι ίδιες δέσμες κυκλοφορούν σε αντίθετες κατευθύνσεις για μεγάλες περιόδους διάρκειας αρκετών ωρών. Μόλις εισαχθούν μέσα στον 'δακτύλιο της αποθήκευσης' τα σωματίδια παραμένουν εκεί με σταθερή τιμή ενέργειας χωρίς να τα προσδώσουμε καθόλου ενέργεια εξωτερικά, για τη διάρκεια της λήψης των δεδομένων. Τα σωματίδια αποθηκεύονται και το γεγονός αυτό δικαιολογεί και την ονομασία του συγκεκριμένου επιταχυντή. Στους δακτυλίους αποθήκευσης η μικρή πιθανότητα αλληλεπίδρασης ανάμεσα στις συγκρουόμενες δέσμες αναπληρώνεται εν μέρει από την υψηλή συχνότητα f_{rev} από τη διασταύρωση των δεσμών αφού οι δέσμες κινούνται με ταχύτητα που πλησιάζει τη ταχύτητα του φωτός. Σε ένα δακτύλιο αποθήκευσης για παράδειγμα, σε μια περιφέρεια 300 μέτρων η συχνότητα έχει μια τιμή γύρω στα $f_{ree} = 1\ MH_Z$.

Για να πετύχουμε αυτές τις μεγάλες περιόδους ζωής των δεσμών που αποκτούνται κατά την παραμονή τους σε δακτυλίους αποθήκευσης σε αντίθεση με αυτές σε επιταχυντές σύγχροτρο, πρέπει να ληφθούν επιπλέον μέτρα. Εν πρώτοις, η πίεση του κενού (χώρου που περιέχει τα σωματίδια) πρέπει να είναι οπωσδήποτε χαμηλότερη κατά τρεις τάξεις μεγέθους από ότι είναι στους συνηθισμένους τύπους επιταχυντών προκειμένου να ελαχιστοποιήσουμε τον αριθμό των ανεπιθύμητων κρούσεων με τα υπόλοιπα μόρια του αεριού. Δεύτερο, η εστίαση και η καθοδήγηση των δεσμών πρέπει να ελέγχονται πολύ προσεκτικά πράγμα που σημαίνει ότι οι απαιτήσεις μας στην ανοχή των μαγνητών καθώς και στις παροχές ενέργειας τους είναι μεγάλες. Οι μεγάλες περίοδοι ζωής των δεσμών σημαίνουν ότι και η παραμικρή αστάθεια μπορεί να επιφέρει επιζήμια αποτελέσματα. Τρίτον, στους δακτυλίους αποθήκευσης ηλεκτρόνιων είναι επίσης απαραίτητο να κατασκευάσουμε τομείς επιτάχυνσης υψηλών συχνοτήτων παρότι οι δέσμες δεν επιταχύνονται καθόλου. Αυτό χρειάζεται διότι τα ηλεκτρόνια που κυκλοφορούν εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία η οποία πρέπει να αναπληρωθεί. Αυτοί οι τομείς επιτάχυνσης σχεδιάζονται για σχετικά υψηλότερα ρεύματα δεσμών από αυτά που υπάρχουν στα σύγχροτρα προκειμένου να επιτύχουμε τις μεγαλύτερες δυνατές φωτεινότητες.

Εφόσον οι δακτύλιοι αποθήκευσης λειτουργούν σε προκαθορισμένες και σταθερές ενέργειες, οι δέσμες πρέπει να φτάσουν στη σωστή ενέργεια από ένα

προ-επιταχυντή συνήθως σύγχροτρο η γραμμικό. Τότε εισέρχονται μέσα στο δακτύλιο αποθήκευσης μέσω ενός μαγνητικού παλμού παρομοίου με αυτόν του συγχρότρου. Αν νέα σωματίδια μπορούν να εισαχθούν χωρίς τα σωματίδια που κυκλοφορούν ήδη μέσα στο δακτύλιο να χαθούν, τότε η διαδικασία εισαγωγής μπορεί θεωρητικά να επαναληφθεί όσες φορές επιθυμούμε πετυχαίνοντας με αυτόν τον τρόπο πολύ υψηλά ρεύματα στις δέσμες (ρεύματα δεσμών). Αυτή η τεχνική της συσσώρευσης είναι στην ουσία ένα μετρήσιμο πλεονέκτημα του δακτυλίου αποθήκευσης και συμβάλλει στην επίτευξη του υψηλού αριθμού σωματιδίων που είναι ήδη απαραίτητος από την σχέση (1.47). Η διάταξη ενός δακτυλίου αποθήκευσης ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου φαίνεται στο σχήμα 1.17.



Σχήμα 1.17 : Διάταξη ενός δακτυλίου αποθήκευσης ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου.

Τα δυο ημικύκλια χωρίζονται από δυο μεγαλύτερες ευθείες περιοχές η κάθε μια με μια περιοχή σύγκρουσης στη μέση. Κάθε περιοχή σύγκρουσης η οποία καλείται και περιοχή αλληλεπίδρασης είναι περιτριγυρισμένη από ένα ανιχνευτή σωματιδίων ο οποίος αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό από διαφορετικούς ειδικούς υποανιχνευτές. Αυτοί καλύπτουν σχεδόν όλη την στέρεα γωνία επιτρέποντας έτσι μια λεπτομερή ανάλυση των αλληλεπιδράσεων των σωματιδίων. Πανίσχυροι μαγνήτες εστίασης είναι τοποθετημένοι και από τις δυο πλευρές των ανιχνευτών για να παράγουν πολύ μικρές διατομές της δέσμης σ_X και σ_Y. Πιο συγκεκριμένα αυτοί μπορούν να επιτύχουν εξαιρετικά μικρές κατακόρυφες διαστάσεις δέσμης μεγέθους μικρότερου από σ_Y= 25μm. Στη σημερινή εποχή φωτεινότητες εύρους L = 10^{30} έως 10^{33} $cm^{-1}s^{-1}$ μπορούν να επιτευχθούν σε δακτυλίους αποθήκευσης, εξαρτώμενες όμως πάντα από τις ενέργειες των δεσμών.

Η ιδέα να 'επιτρέψουμε' σε σωματιδιακές δέσμες να κινούνται σε ένα κυκλικό επιταχυντή με σταθερή ενέργεια χωρίς μεγάλη απώλεια της έντασης (στην ουσία να τις 'αποθηκεύουμε') προτάθηκε το 1943 από τους Kollath, Touschek και Wideroe. Όμως πέρασαν 13 χρόνια μέχρι ο Kerst το 1955 και μετά από

αυτόν ο O'Neil να δουλέψουν ένα λεπτομερές σχέδιο για μια τέτοια μηχανή. Το 1958 άρχισε η κατασκευή των δακτυλίων αποθήκευσης στο Stanford και στη Μόσχα. Η πρώτη επιτυχημένη απόπειρα να αποθηκευτεί μια δέσμη ηλεκτρονίων για μια μεγάλη περίοδο έγινε το 1961 στο μικρό δακτύλιο αποθήκευσης A.d.A στην Ιταλία και περίπου την ίδια περίοδο στην Σοβιετική Ένωση. Από εκείνη την περίοδο έχουν κατασκευαστεί πολλοί δακτύλιοι αποθήκευσης ανά τον κόσμο οι περισσότεροι εκ των οποίων είναι για συγκρούσεις ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Σε μερικές άλλες κατασκευές πρωτόνια συγκρούονται με πρωτόνια ή αντιπρωτόνια και στο Γερμανικό Εργαστήριο Συγχρότρου Ηλεκτρονίων (DESY) στο Αμβούργο ο διπλός δακτύλιος HERA είναι η πρώτη διάταξη επιταχυντών στον κόσμο που συγκρούει ηλεκτρόνια με πρωτόνια υψηλής ενέργειας. Σε αυτό τον επιταχυντή όμως οι δυο τύποι σωματιδίων κυκλοφορούν σε δυο διαφορετικούς δακτυλίους λόγω των διαφορετικών μαζών τους και κατευθύνονται στο ίδιο μονοπάτι πολύ κοντά στην περιοχή αλληλεπίδρασης. Ο μεγαλύτερος δακτύλιος μέχρι το 2000 ήταν ο LEP στο ευρωπαϊκό κέντρο ερευνών στο CERN στην Γενεύη.

Ο LEP που ήταν τοποθετημένος υπογείως σε μια σήραγγα μήκους 27 χιλιόμετρων άρχισε να λειτουργεί το καλοκαίρι του 1989 και για έξι χρόνια η συνολική ενέργεια σύγκρουσης των ηλεκτρονίων και των ποζιτρονίων του ήταν ρυθμισμένη ακριβώς στην τιμή που χρειαζόταν για την παραγωγή του ουδέτερου φορέα της ασθενούς δύναμης, το Z0 (91 GeV). Από τον Σεπτέμβριο του 1995, η ενέργεια σχεδόν διπλασιάσθηκε. Το καλοκαίρι του 1996, ο LEP λειτουργούσε στην ενέργεια ακριβώς που χρειαζόταν για την παραγωγή ζευγών των φορτισμένων φορέων της ασθενούς δύναμης, των σωματιδίων W+ και W- (161 GeV). Η ανίχνευση των εκατομμυρίων Z0 και των εκατοντάδων W έχει επιτρέψει στα πειράματα του LEP την πραγματοποίηση ελέγχων εξαιρετικής ακριβείας για το Καθιερωμένο Πρότυπο των σωματιδίων και των αλληλεπιδράσεων τους. Η συνολική ενέργεια σύγκρουσης στο LEP έφθασε τελικά στα 209 GeV και το 2000 δικόπηκε η λειτουργία του για να αποσυναρμολογηθεί και να δώσει τη θέση του στο Μεγάλος Επιταχυντής Συγκρουόμενων Δεσμών Αδρονίων (LHC).

Από τα μέσα της δεκαετίας του '80, άρχισε νέος γύρος συζητήσεων με σκοπό τον καθορισμό των διαφόρων επιλογών για την μετά τον LEP εποχή. Το Δεκέμβριο του 1994 το διοικητικό συμβούλιο του CERN ενέκρινε επίσημα την κατασκευή του Μεγάλου Επιταχυντή Συγκρουόμενων Δεσμών Αδρονίων (LHC) - έναν υπεραγώγιμο δακτύλιο με εκπληκτικές τεχνολογικές δυνατότητες, ο οποίος θα εγκατασταθεί στην ήδη υπάρχουσα σήραγγα του LEP - για την πραγματοποίηση συγκρούσεων πρωτονίων - πρωτονίων σε ενέργειες 10 φορές μεγαλύτερες από οποιαδήποτε προηγούμενη μηχανή. Ως μηχανή υψηλών δυνατοτήτων, ο LHC θα χρησιμοποιεί τον πλέον προηγμένο

υπεραγώγιμο μαγνήτη και τεχνολογία επιταχυντών η οποία δεν είχε εφαρμοσθεί ποτέ μέχρι τώρα.

Αυτήν την περίοδο ο LHC είναι υπό κατασκευή, και σχεδιάζεται να αρχίσει τη λειτουργία του τον Μάιο του 2008. Ο LHC θα είναι ο μεγαλύτερος επιταχυντής συγκρουόμενων δεσμών και θα φθάσει σε ενέργειες που πρώτη φορά θα είναι διαθέσιμες. Με τη λειτουργία του LHC υπάρχει η ελπίδα να βρεθεί το σωματίδιο μποζόνιο Higss, κάτι που θα επιβεβαιώσει τις προβλέψεις του Καθιερωμένου Πρότυπου της φυσικής και θα εξηγήσει το μηχανισμό με τον οποίο αποκτούν μάζα στα σωματίδια.

Φυσικά, τα πειράματα του LHC έχουν σχεδιασθεί με σκοπό την αναζήτηση φαινομένων που έχουν προβλεφθεί θεωρητικά ωστόσο, οι επιστήμονες πρέπει να είναι όσο το δυνατόν προετοιμασμένοι για εκπλήξεις. Αυτό απαιτεί μεγάλη εφευρετικότητα από μέρους των φυσικών.

Ο γραμμικός συγκρουστήρας

Ο ρυθμός με τον οποίο τα ηλεκτρόνια χάνουν ενέργεια μέσα σε δακτυλίους αποθήκευσης μέσω εκπομπής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας αυξάνεται απότομα με την ενέργεια των σωματιδίων δηλαδή ∞ E^4. Αντίστοιχα λοιπόν απαιτείται ένα τεράστιο πόσο RF ισχύος να αναπληρώσει αυτήν την ενεργειακή απώλεια και το τεχνικό και οικονομικό όριο σταματά σε ενέργειες δεσμών με τιμές μερικά δέκατα του GeV. Αν επιθυμούμε να μελετήσουμε αλληλεπιδράσεις ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου σε ενέργειες άνω των 100 GeV τότε τα σωματίδια πρέπει να επιταχύνονται σε ευθεία γραμμή μέσω γραμμικών επιταχυντών εφόσον το πόσο της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας μέσω γραμμικής επιτάχυνσης είναι αμελητέο ακόμη και για πολύ υψηλές ενέργειες. Συνεπώς τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί ιδέες για το πώς μπορούμε να κάνουμε συγκρούσεις σωματιδίων χρησιμοποιώντας γραμμικούς επιταχυντές. Αυτά τα μηχανήματα που έχουν αναπτυχθεί είναι γνωστά με την ονομασία γραμμικοί συγκρουστήρας.

Η φωτεινότητα στους γραμμικούς συγκρουστήρας δίνεται από την ίδια σχέση (1.47) όπως και στους δακτυλίους αποθήκευσης. Όμως ένα μειονέκτημα που έχουν οι γραμμικοί επιταχυντές είναι ότι γενικά έχουν πολύ χαμηλές συχνότητες σύγκρουσης f_o συνήθως όχι παραπάνω από μερικές εκατοντάδες Hz. Επιπλέον ο αριθμός των σωματιδίων N_i δεν μπορεί να γίνει πολύ μεγάλος διότι είναι πολύ δύσκολο να επιτύχει κανείς αύξηση από μια αρχική ενέργεια E = 0 μέχρι στην τελική ενέργεια της δέσμης E για δέσμες υψηλής έντασης.

Για να προσπεράσουμε αυτό το μειονέκτημα των γραμμικών συγκρουστήρων έναντι των δακτυλίων αποθήκευσης, είναι εξαιρετικής σημασίας να μειώσουμε δραστικά την διατομή της δέσμης. Για να συμβεί αυτό, έχουν αναπτυχθεί κάθοδοι με τέτοιο τρόπο ώστε να παράγουν δέσμες ηλεκτρονίων εξαιρετικά μικρών διαστάσεων και γωνιακής απόκλισης. Αυτή η διαδικασία όμως δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ποζιτρόνια τα οποία παράγονται από δίδυμη γένεση. Το εγκάρσιο μέγεθος και η γωνιακή απόκλιση της δέσμης ποζιτρονίου αυξάνονται απότομα από τις συγκρούσεις με τους πυρήνες εντός του στόχου μετά την παραγωγή του ζεύγους. Προκειμένου να διορθώσουμε αυτό μερικώς τα ποζιτρόνια εισέρχονται μέσα σε ένα μικρό δακτύλιο αποθήκευσης και εκεί κυκλοφορούν για μερικά ms. Οι εγκάρσιες ταλαντώσεις βήτατρον της δέσμης μετριάζονται από την εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας μειώνοντας σημαντικά τη διατομή της δέσμης. Τελικά τα σωματίδια επιστρέφουν στον γραμμικό επιταχυντή και επιταχύνονται μέχρι να φτάσουν την τελική τιμή της ενέργειας. Αυτή η χρήση ενός δακτυλίου επιτάχυνσης που ονομάζεται και δακτύλιος απόπνιξης (damping ring) είναι απαραίτητη προκειμένου ένας γραμμικός συγκρουστήρας να φτάσει σε ικανή φωτεινότητα.

Η ανάγκη για πολύ μικρά μεγέθη δεσμών $\sigma_{X,Z} < 1$ μm θέτει πολύ ισχυρές απαιτήσεις για την τελική εστίαση της δέσμης στο σημείο αλληλεπίδρασης. Όλες οι ατέλειες του συστήματος εστίασης πρέπει να κατανοηθούν και να

αναπληρωθούν όπως και η επίδραση της απώλειας ενέργειας στη δέσμη. Το τελικό σύστημα εστίασης σε ένα γραμμικό συγκρουστήρα είναι πολύ πιο ακριβό από αυτό του δακτυλίου αποθήκευσης.
Η πολύ ισχυρή συμπίεση της δέσμης στο σημείο αλληλεπίδρασης προκαλεί μια πολύ ισχυρή εγκάρσια δύναμη να ασκηθεί στα σωματίδια της δέσμης καθώς περνάνε εξαιτίας του φαινομένου των φορτίων χώρου. Σαν αποτέλεσμα τα σωματίδια εκτρέπονται εκπέμποντας ακτινοβολία πέδησης. Το φαινόμενο αυτό μεγαλώνει το εύρος της κατανομής της ενέργειας μέσα στην δέσμη και επιπλέον αυξάνει το επίπεδο του υποβάθρου στους ανιχνευτές. Από την άλλη πλευρά, οι προσομοιώσεις σε υπολογιστή δείχνουν ότι το φαινόμενο των φορτίων του χώρου κάνει τις δέσμες να συμπιέζονται μεταξύ τους κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης.

Ο πρώτος γραμμικός συγκρουστήρας τέθηκε σε λειτουργία στο Stanford στα τέλη του 1980 και τον αποκαλούσαν Standford Linear Collider (S.L.C). Έκανε χρήση των ήδη υπαρχόντων 3 χιλιόμετρων του μεγάλου γραμμικού επιταχυντή ο οποίος έχει μια μέγιστη τιμή ενέργειας 50 GeV. Οι δέσμες των ηλεκτρονίων και των ποζιτρονίων επιταχύνονταν μέσα στον γραμμικό επιταχυντή η μια πολύ κοντά στην άλλη και διαχωρίζονταν από ένα μαγνήτη στο τέλος. Κάθε δέσμη μετά ταξίδευε μέσα στη μια από τις δυο ημικυκλικές μαγνητικές διατάξεις προχωρώντας χωριστά και μετά μαζί ξανά στο σχήμα μιας λαβίδας φτάνοντας τελικά στο ειδικό σύστημα εστίασης. Το S.L.C έδειξε για πρώτη φορά την αρχή λειτουργίας του γραμμικού συγκρουστήρας με όλα τα στοιχεία να δουλεύουν επιτυχημένα ταυτόχρονα. Στα μελλοντικά σχέδια είναι απαραίτητο να αυξηθεί η μεταβολή των κοιλοτήτων επιτάχυνσης από την τιμή που έχουν σήμερα $dE/dS \approx 15$ MeV m^{-1} στα 100 MeV m^{-1} προκειμένου να κρατήσουμε το μήκος του επιταχυντή σταθερό καθώς και το κόστος σε ένα λογικό πλαίσιο.

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο

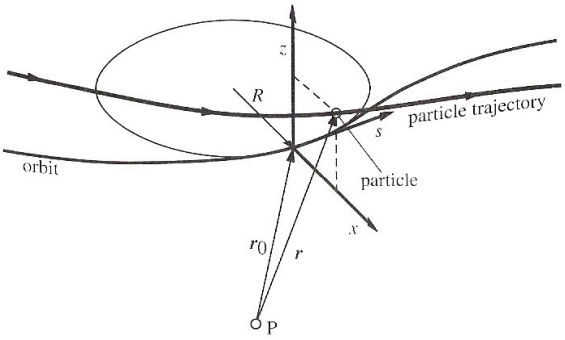
Όταν κατασκευάζεται ένας επιταχυντής καθορίζεται η ονομαστική (ιδανική) τροχιά των σωματιδίων της δέσμης η οποία μπορεί να είναι ευθεία στην περίπτωση του γραμμικού επιταχυντή ενώ σε κυκλικούς επιταχυντές αποτελείται από ένα συνδυασμό από καμπύλες και ευθείες τροχιές. Τα σωματίδια της δέσμης ακολουθούν την κλειστή τροχιά συνεχώς μέχρι την να επιτευχθεί η επιθυμητή ενέργεια. Από την άλλη οι τροχιές μεμονωμένων σωματιδίων μέσα στη δέσμη παρουσιάζουν μικρές γωνιακές αποκλίσεις οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν τα σωματίδια στα τοιχώματα του σωλήνα της δέσμης και στην απώλειά τους αν δεν υπάρξει μια διαδικασία εστίασης.

Άρα είναι απαραίτητο κατ' αρχήν να καθοριστεί η τροχιά της δέσμης και στη συνέχεια μια διαδικασία συνεχούς καθοδήγησης και εστίασης της δέσμης στην ιδανική τροχιά. Αυτό γίνεται μέσω ηλεκτρομαγνητικών πεδίων (E και B) μέσα στα οποία σωματίδια φορτίου e και ταχύτητας υ "αισθάνονται" τη δύναμη Lorentz

$$\vec{F} = e\left(\vec{\upsilon} \times \vec{B} + \vec{E}\right) = \frac{dp}{dt}$$

Για την περιγραφή της κίνησης ενός σωματιδίου στην περιοχή κοντά στην ιδανική τροχιά χρησιμοποιείται ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων K=(x,z,s) του οποίου η αρχή των αξόνων κινείται κατά μήκος της ιδανικής τροχιάς της δέσμης. Ο άξονας s είναι κατά μήκος της δέσμης, x ο οριζόντιος ενώ z ο κατακόρυφος άξονας όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1. Για απλοποίηση της κατάστασης θεωρούμε ότι τα σωματίδια κινούνται παράλληλα με τη διεύθυνση s, $\upsilon=(0,0,\upsilon_s)$, και το μαγνητικό πεδίο έχει εγκάρσιες συνιστώσες, $B=(B_x,B_z,0)$.
Για ένα σωματίδιο που κινείται στο οριζόντιο επίπεδο μέσα στο μαγνητικό πεδίο ασκείται η δύναμη Lorentz $F=-e\upsilon_s B_z$ η οποία είναι και η κεντρομόλος δύναμη $F=m\upsilon_s^2/R$, όπου m η μάζα του σωματιδίου και R η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς. Θεωρώντας $p= m\upsilon_s$ την ορμή του σωματιδίου καταλήγουμε στη σχέση

$$\frac{1}{R(x,z,s)} = \frac{e}{p} B_z(x,z,s)$$



Σχήμα 2.1: Κυκλικά κινούμενο σύστημα συντεταγμένων για την περιγραφή της κίνησης της δέσμης σε σχέση με την ιδεατή τροχιά.

Επειδή σε ένα επιταχυντή οι εγκάρσιες διαστάσεις της δέσμης είναι μικρές σε σύγκριση με την ακτίνα καμπυλότητας της δέσμης μπορούμε να αναπτύξουμε το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή κοντά στην ιδανική τροχιά:

$$B_z(x) = B_{z0} + \frac{dB_z}{dx}x + \frac{1}{2!}\frac{d^2B_z}{dx^2}x^2 + \frac{1}{3!}\frac{d^3B_z}{dx^3}x^3 + \ldots$$

και πολλαπλασιάζοντας με e/p έχουμε τελικά

$$\frac{e}{p}B_z(x) = \frac{e}{p}B_{z0} + \frac{e}{p}\frac{dB_z}{dx}x + \frac{1}{2!}\frac{e}{p}\frac{d^2B_z}{dx^2}x^2 + \frac{1}{3!}\frac{e}{p}\frac{d^3B_z}{dx^3}x^3 + \ldots$$

$$\frac{e}{p}B_z(x) = \frac{1}{R} \quad + \quad \mathrm{kx} \quad + \quad \frac{1}{2!}m\,x^2 + \quad \frac{1}{3!}ox^3$$

$$= \delta\acute{\iota}\pi o\lambda o + \tau\varepsilon\tau\rho\acute{\alpha}\,\pi o\lambda o + \ \varepsilon\xi\acute{\alpha}\ \pi o\lambda o + \ o\kappa\tau\acute{\alpha}\ \pi o\lambda o$$

Το μαγνητικό πεδίο γύρω από τη δέσμη μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα άθροισμα μαγνητικών πολυπόλων καθένα από τα οποία επιδρά διαφορετικά στην τροχιά του σωματιδίου. Αν χρησιμοποιούνται μόνο δίπολα και τεράπολα λέμε ότι έχουμε γραμμικά οπτικά δέσμης (linear beam optics) αφού οι μόνες δυνάμεις απόκλισης είναι είτε σταθερές (διπολικά πεδία με ακτίνα καμπυλότητας R) είτε αυξάνουν γραμμικά με την εγκάρσια απόκλιση από την ιδανική τροχιά (τετραπολικά πεδία, περιγράφονται από τη σταθερά k)
Η εξίσωση κίνησης ενός σωματιδίου σε ένα μαγνητικό πεδίο είναι της μορφής

$$\ddot{r} = \frac{e}{m}\left(\dot{r} \times \vec{B}\right)$$

Θεωρώντας ότι το μαγνητικό πεδίο έχει μόνο εγκάρσιες συνιστώσες, καταλήγουμε στις :

$$x''(s) + \left(\frac{1}{R^2(s)} - k(s)\right)x(s) = \frac{1}{R(s)}\frac{\Delta p}{p}$$

$$z''(s) + k(s)z(s) = 0$$

(λεπτομέρειες στο The Physics of Particle Accelerators an introduction, Klaus Wille)

Οι εξισώσεις διαφέρουν ως προς τον όρο $1/R^2(s)$ ο οποίος προέρχεται από το σύστημα αναφοράς που χρησιμοποιήθηκε. Και οι δύο είναι της μορφής

$$x'' + k(s)x = 0$$

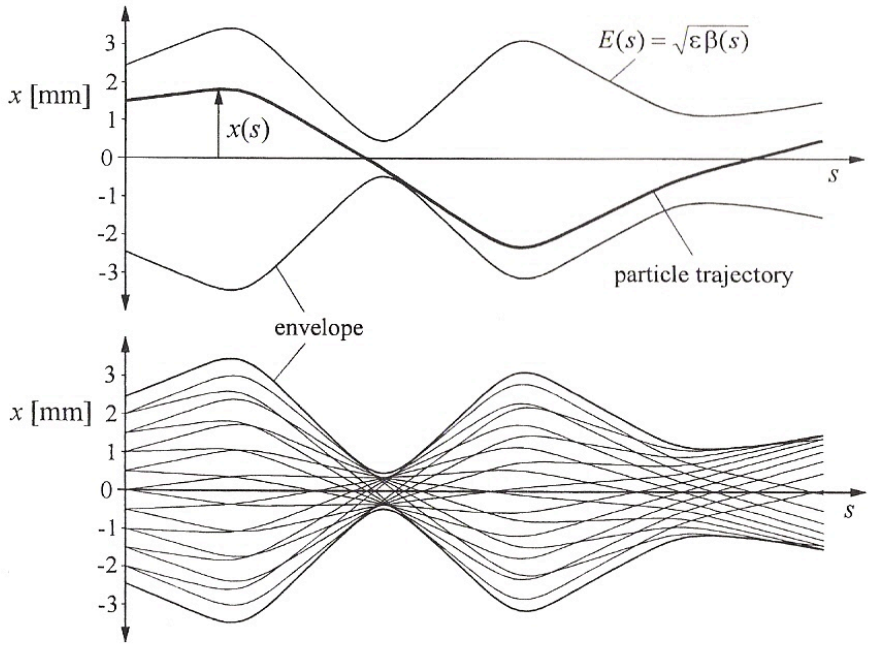
η οποία διαφέρει από αυτή του απλού αρμονικού ταλαντωτή στο ότι η σταθερά ελατηρίου k δεν είναι σταθερά αλλά εξαρτάται από τη θέση s. Η συνάρτηση x(s) περιγράφει μια εγκάρσια ταλάντωση γνωστή και ως ταλάντωση βήτατρου (betatron oscillation) της οποίας το πλάτος και η φάση εξαρτάται από τη θέση s στην τροχιά.

Η γενική λύση της εξίσωσης είναι της μορφής

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{\beta(s)}\cos(\Psi(s) + \phi)$$

όπου *β(s)* η συνάρτηση βήτα, γνωστή και ως συνάρτηση πλάτους, και ε μια σταθερά η οποία λέγεται emittance.

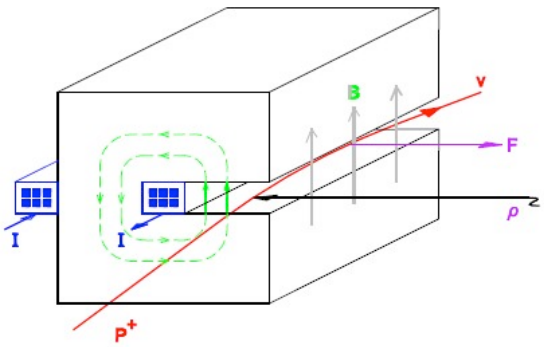
Μέσα στις μαγνητικές διατάξεις εστίασης του επιταχυντή, τα σωματίδια εκτελούν ταλαντώσεις βήτατρου με ένα πλάτος το οποίο εξαρτάται από τη θέση στην τροχιά και δίνεται από τον τύπο $E(s) = \sqrt{\varepsilon\beta(s)}$ όπου η συνάρτηση β(s) εξαρτάται από τη εστίαση της δέσμης και μεταβάλεται με τη θέση και η ε είναι σταθερά. Η Ε είναι μια μέτρηση της διατομής της δέσμης στο σημείο s. Στην πραγματικότητα τα σωματίδια της δέσμης πραγματοποιούν εγκάρσιες κινήσεις γύρω από την ιδανική τροχιά πάντα μέσα σε μια περιοχή (φάκελο) που ορίζεται από την Ε(s) (σχήμα 2.2).



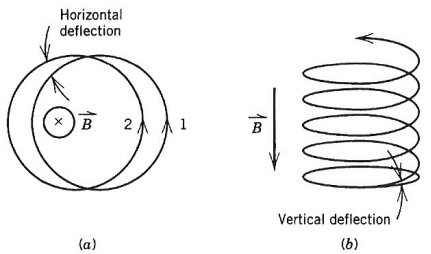
Σχήμα 2.2: Τροχιές σωματιδίων x(s) μέσα στο φάκελο της δέσμης E(s). Το επάνω σχήμα δείχνει την τροχιά ενός σωματιδίου ενώ το κάτω τις τροχιές 18 διαφορετικών σωματιδίων ταυτόχρονα.

Ασθενής Εστίαση

Οι διπολικοί μαγνήτες χρησιμοποιούνται στους επιταχυντές για τη δημιουργία ομογενούς μαγνητικού πεδίου σε μια εκτεταμένη περιοχή. Η κίνηση των σωματιδίων σ' αυτό το πεδίο είναι κυκλική στο επίπεδο το κάθετο στο μαγνητικό πεδίο. Οι διπολικοί μαγνήτες χρησιμοποιούνται λοιπόν για την κάμψη της δέσμης στην ιδεατή τροχιά (σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3 Διπολικός μαγνήτης και η δύναμη που αναπτύσσεται στο φορτισμένο σωματίδιο.



Σχήμα 2.4: Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με απόκλιση (α) κάθετα στις μαγνητικές γραμμές και (b) παράλληλα στις μαγνητικές γραμμές.

Ακόμη και το απλούστερο μαγνητικό πεδίο (το ομογενές πεδίο) δημιουργεί ένα είδος εστίασης. Έστω ένα σωματίδιο που κινείται σε κυκλική τροχιά σε ένα τέτοιο πεδίο. Αν το σωματίδιο έχει μια γωνιακή απόκλιση από την τροχιά του παραμένοντας στο επίπεδο το κάθετο στο μαγνητικό πεδίο, το αποτέλεσμα θα είναι μια άλλη κυκλική τροχιά ίδιας ακτίνας με την αρχική του. Μπορούμε να πούμε ότι η δεύτερη τροχιά είναι μια ταλάντωση ως προς την πρώτη. Αν η απόκλιση από την τροχιά έχει συνιστώσα παράλληλη του μαγνητικού πεδίου τότε το σωματίδιο θα εκτελέσει σπειροειδή τροχιά και θα χαθεί από τη δέσμη (σχήμα 2.4 b).

Η περίπτωση του σχήματος 2.4 μπορεί να διορθωθεί με κατάλληλη σχεδίαση του μαγνητικού πεδίου τέτοια ώστε οι μαγνητικές γραμμές κάμπτονται προς τα έξω όπως φαίνεται στο σχήμα 2.5. Τα σωματίδια που θα βρεθούν πάνω από το μέσο επίπεδο θα δεχθούν μια δύναμη προς τα κάτω ενώ αυτά που θα βρεθούν κάτω από το μέσο επίπεδο μια δύναμη προς τα πάνω. Βεβαία σε ένα τέτοιο μαγνητικό πεδίο, ελαφρώς διαφοροποιημένο από το ομογενές, στο οριζόντιο επίπεδο η κατακόρυφη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου μειώνεται με την αύξηση της ακτίνας αφού οι δυναμικές γραμμές του πεδίου απομακρύνονται μεταξύ τους. Δηλαδή η κατακόρυφη εστίαση επιτυγχάνεται σε βάρος της ακτινικής εστίασης και τελικά υπάρχει ένα όριο στην αποτελεσματικότητα της εστίασης που μπορεί να επιτευχθεί ταυτόχρονα στις δύο εγκάρσιες διευθύνσεις και αναφέρεται ως ασθενής εστίαση.

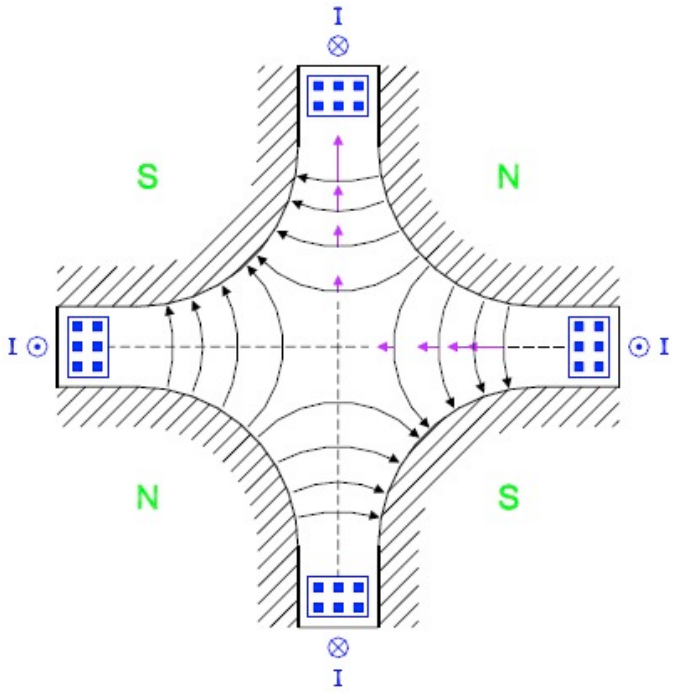
Figure 3.3. Cross section of weak focusing circular accelerator.

Σχήμα 2.5: Διατομή μαγνητικών διπόλων για την υλοποίηση της ασθενούς εστίασης.

Ισχυρή Εστίαση

Η εστίαση της δέσμης έχει σκοπό την επαναφορά των σωματιδίων που αποκλίνουν από την ιδεατή τροχιά στην ονομαστική τους θέση. Το επιθυμητό είναι να γίνει με μια δύναμη όσο το δυνατόν ισχυρότερη. Η ασθενής εστίαση έχει περιορισμένα αποτελέσματα. Τα μαγνητικά πεδία χρησιμοποιούνται για να περιορίσουν τη δέσμη έτσι ώστε παραμένουν μέσα στα όρια τόσο των γραμμικών όσο και των κυκλικών επιταχυντών. Και στις δύο περιπτώσεις τα σωματίδια εστιάζονται από τετραπολικούς μαγνήτες όπου ισχύει:

$$\begin{cases} B_y = \dfrac{\partial B_y}{\partial x} x \\ B_x = \dfrac{\partial B_x}{\partial y} y \end{cases}$$



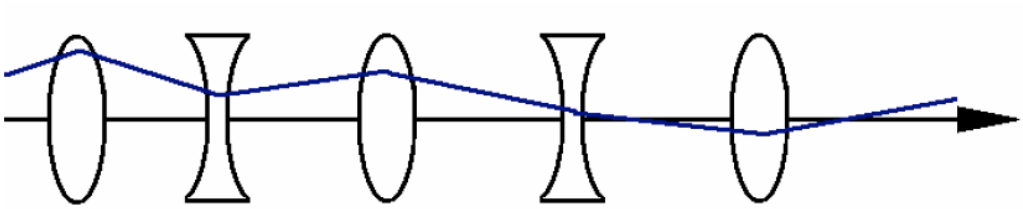
Σχήμα 2.6: Τετραπολικός μαγνήτης

Η λειτουργία των τετραπολικών μαγνητών σε έναν επιταχυντή είναι ανάλογη με τους φακούς σε ένα οπτικό σύστημα. Η δύναμη σε ένα φορτισμένο σωματίδιο το οποίο είναι μετατοπισμένο κατά x από το κέντρο του τετραπολικού μαγνήτη είναι:

$$F_x = qv_z B_y = (qv_z B')x$$

Υπάρχει μια δύναμη επαναφοράς (ή αντι-επαναφοράς ανάλογα με το πρόσημο του B'). Αν η πολικότητα είναι τέτοια ώστε η δύναμη στο οριζόντιο επίπεδο

είναι προς το κέντρο, τότε στο κατακόρυφο επίπεδο η δύναμη είναι στην κατεύθυνση απομάκρυνσης από το κέντρο και το αντίστροφο.
Η δέσμη τελικά μέσα σ' ένα τετραπολικό μαγνήτη εστιάζεται στη μία διεύθυνση και αποκλίνει στην κάθετη διεύθυνση. Μια περιοδική διάταξη η οποία αποτελείται από τετραπολικό μαγνήτη εστίασης (**F**ocusing), κενό χώρο (**0**), τετραπολικό μαγνήτη στραμμένο κατά 90° ως προς τον πρώτο (**D**efocusing), κενό (**0**), ονομάζεται πλέγμα FODO. Η χρήση μιας διάταξης FODO έχει σαν τελικό αποτέλεσμα την εστίαση της δέσμης. Η μέθοδος αυτή αναφέρεται ως ισχυρή εστίαση.



Σχήμα 2.7 : Διάταξη FODO

Το γεγονός ότι ο συνδυασμός φακών εστίασης και απόκλισης μπορεί να δώσει τελικά μια συνολική εστίαση ήταν γνωστό από την οπτική. Η εφαρμογή αυτής της μεθόδου της ισχυρής εστίασης στους τετραπολικούς μαγνήτες για την εστίαση της δέσμης και στις δύο κάθετες διευθύνσεις προτάθηκε από τους Christopfilos το 1950, Courant και Snyder το 1952, και αποδείχθηκε πολύ κρίσιμη στην ανάπτυξη των επιταχυντών.

Αρχή της σταθερότητας φάσης.

Ο E. McMillan πρότεινε να χτιστεί ένα νέο είδος επιταχυντή αποκαλούμενο σύγχροτρο βασισμένος στην αρχή της σταθερότητας φάσης. Για να καταλάβουμε αυτήν την αρχή, ας θεωρήσουμε ένα σωματίδιο σε ένα κύκλοτρο τη στιγμή ακριβώς πριν το διάκενο μεταξύ των dees. Υποθέστε ότι έχει τη σωστή ταχύτητα για να διασχίσει το διάκενο όταν το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των dees είναι μηδέν. Εάν δεν υπάρχει καμία ενεργειακή απώλεια, το σωματίδιο θα συνεχίσει να κινείται στην ίδια τροχιά με σταθερή ταχύτητα. Ένα τέτοιο σωματίδιο λέγεται ότι είναι σε σύγχρονη τροχιά. Έστω ότι ένα άλλο σωματίδιο φθάνει στο διάκενο λίγο νωρίτερα από το σωματίδιο στη σύγχρονη τροχιά. Θα δει ένα ηλεκτρικό πεδίο διαφορετικό από το μηδέν και θα επιταχυνθεί κερδίζοντας ενέργεια. Λόγω της αυξανόμενης σχετικιστικής του μάζας, η γωνιακή ταχύτητά του θα μειωθεί. Θα του πάρει περισσότερο χρόνο για να φθάσει στο επόμενο διάκενο και θα είναι λίγο καθυστερημένο ως προς τη φάση. Αυτό θα συνεχιστεί μέχρι τελικά το σωματίδιο θα διασχίσει το

διάκενο με ηλεκτρικό πεδίο μηδέν. Αλλά, αυτό το σωματίδιο έχει ενέργεια υψηλότερη από αυτή που απαιτείται για το για να διασχίσει το χάσμα με πεδίο μηδέν. Εκτελώντας περαιτέρω περιστροφές, το σωματίδιο αυτό θα τείνει να διασχίσει το διάκενο όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι σε φάση επιβράδυνσης. Αυτό θα μειώσει την ενέργειά του και θα την φέρει στη τιμή της σύγχρονης τροχιάς. Κατά συνέπεια η κατάσταση είναι τέτοια που οι διαταραγμένες τροχιές θα ταλαντώνονται τόσο ως προς τη φάση όσο και ως προς την ενέργεια γύρω από σύγχρονες τιμές οι οποίες είναι σταθερές. Τέτοιες ταλαντώσεις αναφέρονται ως ταλαντώσεις σύγχροτρου.

Φωτεινότητα

Σε διατάξεις συγκρουόμενων δεσμών, ο ρυθμός σύγκρουσης των σωματιδίων είναι πρωταρχικής σημασίας. Οι επιταχυντές-συγκρουστήρες που έχουν κατασκευαστεί μέχρι τώρα περιλαμβάνουν δέσμες πρωτονίων –πρωτονίων ή πρωτονίων-αντιπρωτονίων, ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων και τέλος ηλεκτρονίων-πρωτονίων. Ο ρυθμός αλληλεπίδρασης R σε ένα συγκρουστήρα δίνεται από τη σχέση R = σL, όπου σ είναι η ενεργός διατομή για την αλληλεπίδραση των σωματιδίων της δέσμης, και το L λέγεται φωτεινότητα και δίνεται σε μονάδες $cm^{-2}s^{-1}$. Φυσικά το επιθυμητό είναι μια όσο το δυνατόν μεγαλύτερη τιμή στη φωτεινότητα. Για δύο αντίθετα κατευθυνόμενες σχετιστικές δέσμες σωματιδίων που ταξιδεύουν σε πακέτα, δίνεται από τη σχέση $L = f\,n\frac{N_1 N_2}{\sigma_x \sigma_y}$

όπου f είναι η συχνότητα περιστροφής των σωματιδίων, το n ο αριθμός των πακέτων των σωματιδίων σε κάθε δέσμη, και τα N_1 και N_2 ο αριθμός σωματιδίων σε κάθε πακέτο. Το γινόμενο $\sigma_x\sigma_y$ είναι η διατομή της δέσμης με πλάτος σ_x στην οριζόντια κατεύθυνση και σ_y στην κάθετη κατεύθυνση. Η L μπορεί να αυξηθεί εάν η διατομή της δέσμης μειωθεί. Υπάρχουν ειδικές μέθοδοι για να επιτευχθεί αυτό, αλλά υπάρχει ένα όριο στο πόσο μπορεί να μειωθεί λόγω των φορτίων χώρου των σωματιδίων της δέσμης. Χαρακτηριστικές τιμές φωτεινότητας για συγκρουστήρες ηλεκτρόνιων-ποζιτρονίων είναι περίπου 10^{31} με 10^{32} $cm^{-2}s^{-1}$. Οι αναμενόμενη φωτεινότητα στον LHC είναι 10^{34} $cm^{-2}s^{-1}$.

Ακτινοβολία Σύνγχροτρου

Τα σύγχροτρα που επιταχύνουν τα ηλεκτρόνια υποφέρουν από ένα κρίσιμο όριο. Τα φορτισμένα σωματίδια που επιταχύνονται σε κυκλική μηχανή εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία η οποία λέγεται ακτινοβολία σύγχροτρου. Η ενέργεια που εκπέμπεται από κάθε σωματίδιο ανά περιστροφή

δίνεται από τη σχέση $E = \frac{4\pi}{3}\frac{\alpha\beta^2\gamma^4}{\rho}$, όπου ρ η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς, $\alpha = 1/137$, β η ταχύτητα του σωματιδίου σε μονάδες ταχύτητας του φωτός και $\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}$. Αφού η σχετικιστική ενέργεια του σωματιδίου δίνεται από τη σχέση $E=\gamma m_0$ όπου m_0 είναι η μάζα ηρεμίας του σωματιδίου, η τιμή του γ είναι πολύ μεγαλύτερη για ηλεκτρόνια απ' ότι για πρωτόνια της ίδιας ορμής. Η απώλεια ενέργειας λόγω ακτινοβολίας σύγχροτρου είναι πολύ πιο σημαντική σε σύγχροτρα ηλεκτρονίων απ' ότι πρωτονίων επειδή μεταβάλλεται με την τέταρτη δύναμη του γ. Με τον παραπάνω τύπο μπορεί να βρεθεί ότι για ένα ηλεκτρόνιο 10GeV που κινείται σε μια κυκλική τροχιά ακτίνας 1 km η απώλεια ενέργειας είναι 1 MeV ενώ για 20GeV η απώλεια φτάνει τα 16 MeV ανά περιστροφή. Η αναπλήρωση αυτής της σημαντικής απώλειας είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των επιταχυντών ηλεκτρονίων. Ως εκ τούτου και η χρήση γραμμικών επιταχυντών για την επιτάχυνση ηλεκτρονίων σε υψηλές ενέργειες.

Θεώρημα του Liouville

Η emittance της δέσμης ενός επιταχυντή σωματιδίων είναι ο βαθμός που καταλαμβάνεται από τα σωματίδια της δέσμης στο χώρο των φάσεων καθώς ταξιδεύουν. Μια δέσμη με μικρή emittance είναι μια δέσμη όπου τα σωματίδια είναι περιορισμένα σε μικρή απόσταση και έχουν σχεδόν την ίδια ορμή. Σε έναν συγκρουστήρα, έχοντας χαμηλή τιμή της emittance σημαίνει ότι η πιθανότητα των αλληλεπιδράσεων μορίων θα είναι μεγαλύτερη δηλαδή υψηλότερη φωτεινότητα.

Όπως είδαμε νωρίτερα η γενική λύση της εξίσωσης κίνησης φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο είναι της μορφής

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{\beta(s)}\cos(\Psi(s) + \phi)$$

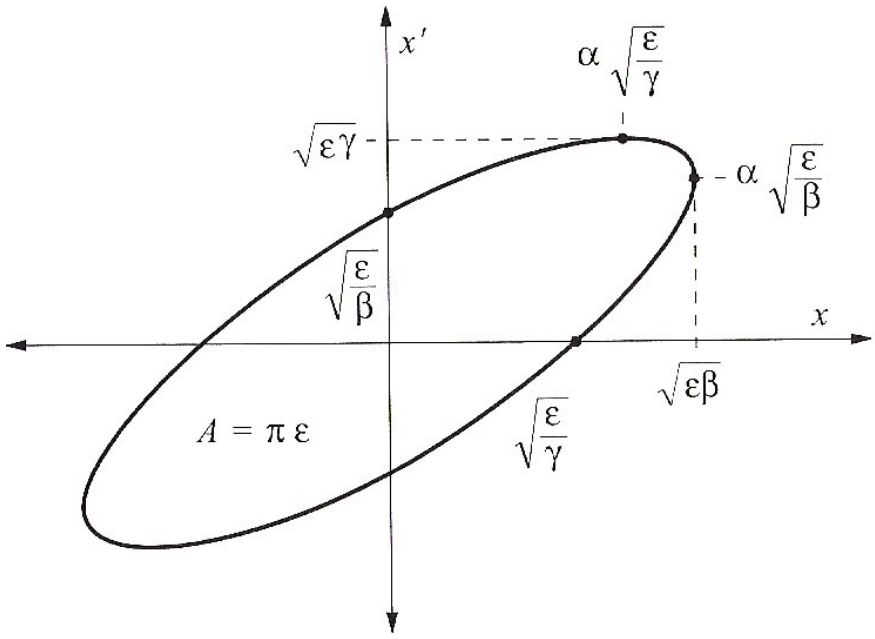
όπου $\beta(s)$ η συνάρτηση βήτα, γνωστή και ως συνάρτηση πλάτους, και ε η emittance. Με τις κατάλληλες πράξεις, παραγωγίζοντας τη σχέση x(s) και απαλείφοντας το cos(Ψ(s)+φ) καταλήγουμε σε μια σχέση της μορφής

$$\gamma(s)x^2(s) + 2a(s)x(s)x'(s) + \beta(s)x'^2(s) = \varepsilon$$

η οποία είναι η εξίσωση έλλειψης στο επίπεδο x-x', όπου $\alpha=-\beta'/2$, $\gamma=(1+\alpha^2)/\beta$. Επειδή το β(s) είναι συνάρτηση της θέσης του σωματιδίου στην τροχιά της δέσμης, η έλλειψη αλλάζει προσανατολισμό και μορφή από σημείο σε σημείο αλλά η επιφάνεια της έλλειψης (ε·π) παραμένει σταθερή.

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.8 η emittance είναι κατά ένα παράγοντα π η επιφάνεια της έλλειψης στο χώρο των φάσεων (ε=A/π). Τα σωματίδια της δέσμης διαγράφουν το καθένα μια έλλειψη στο χώρο των φάσεων. Σύμφωνα με το θεώρημα του Liouville σε μια δέσμη κάτω από την επίδραση

διατηρητικών δυάμεων, η πυκνότητα των σωματιδίων στο χώρο των φάσεων είναι σταθερή. Η πυκνότητα στο χώρο των φάσεων κατά μήκος της τροχιάς ενός σημείου δεν αλλάζει με το χρόνο και η επιφάνεια της δέσμης στο χώρο των φάσεων δεν αλλάζει με κανένα μαγνητικό ή ηλεκτροστατικό πεδίο έστω και αν αλλάζει το σχήμα της.



Σχήμα 2.8: Η έλλειψη στο χώρο των φάσεων για την κίνηση σωματιδίου στο επίπεδο x-x'.

ΒΙΒΛΙΟΡΑΦΙΑ

The Physics of Particle Accelerator, an introduction,
Klaus Wille, OXFORD University Press, 2000.

An Introduction to the Physics of High Energy Accelerators,
D. Edwards, M.J.Syphers, Wiley-VCH, 2004.

An Introduction to the Physics of Particle Accelerators,
M. Conte, W. MacKay, World Scientific, 1991.

Nuclear and Particle Physics, an Introduction,
R. Martin, J Wiley & Sons, 2006.

Modern Elementary Particle Physics,
G. Kane, Perseus Pub. 1993.

Experimental Techniques in High Energy Nuclear and Particle Physics,
T. Ferbel, World Scientific, 1991.

Handbook of Particle Physics,
J. Sundaresan, CRC Press, 2001.