Επταχυντές - Ανιχνευτές

Δ. Σαμψωνίδης & Κ.Κορδάς

Ανιχνευτές : Μάθημα 3

- Μέτρηση ορμής σωματιδίου
- Ταυτοπίηση σωματιδίων

Κώστας Κορδάς
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Τι θα συζητήσουμε

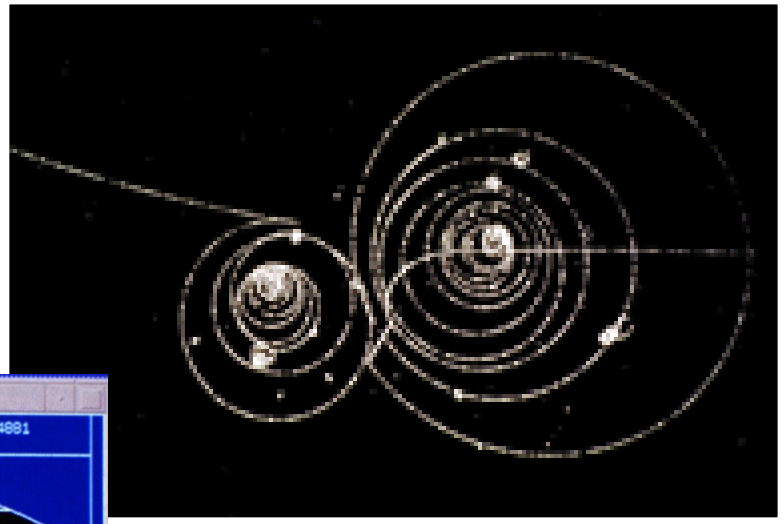
- Μέτρηση ορμής σωματιδίων
  - Πολλαπλή σκέδαση από Cottingham&Greenwood (κεφ. 13.2)
  - Μέτρηση ορμής από Tavernier (κεφ. 4.5.2)

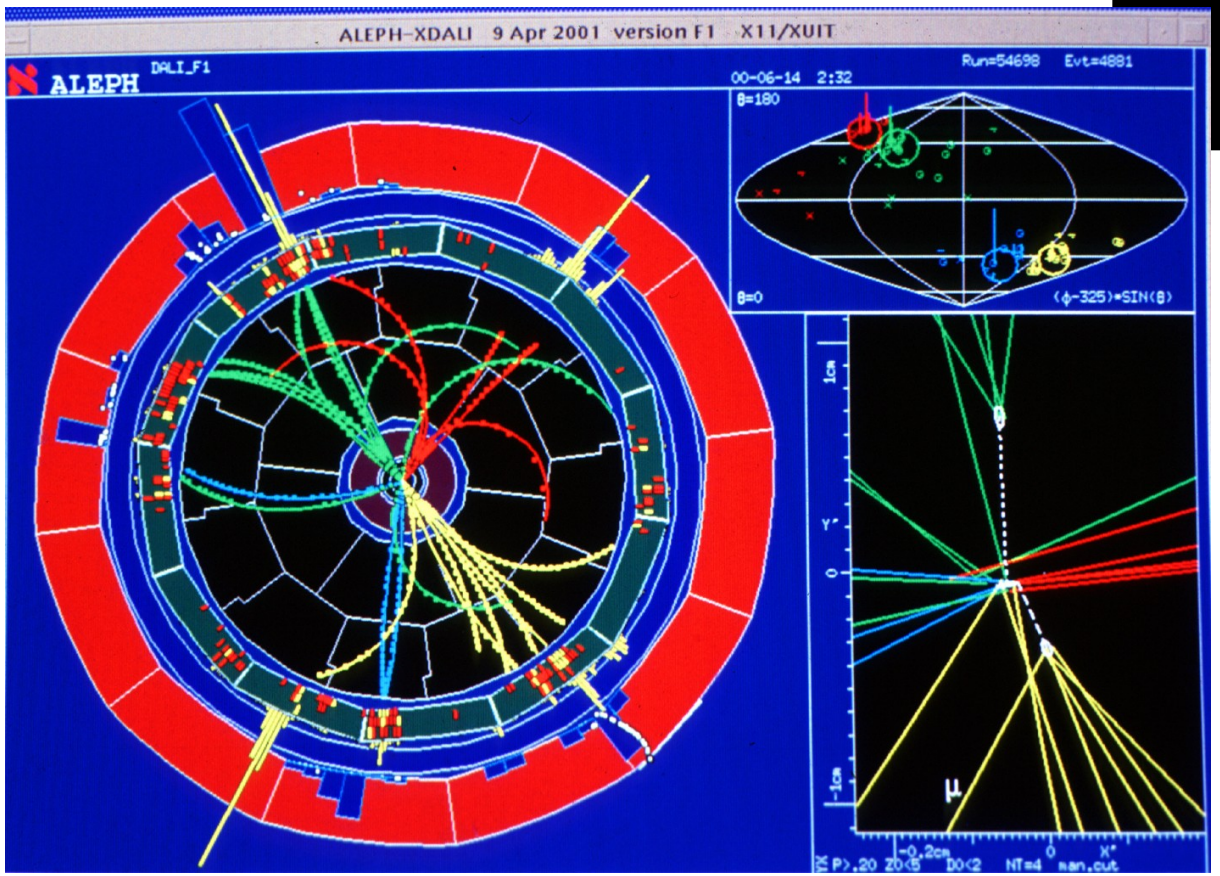
- Ταυτοποίηση σωματιδίων

1. Μέτρηση ορμής

Ανίχνευση σωματιδίων

Η ανί χνευση των σωματιδί ων βασί ζεται στην αλληλεπί δρασή τους με την ύ λη που διασχί ζουν

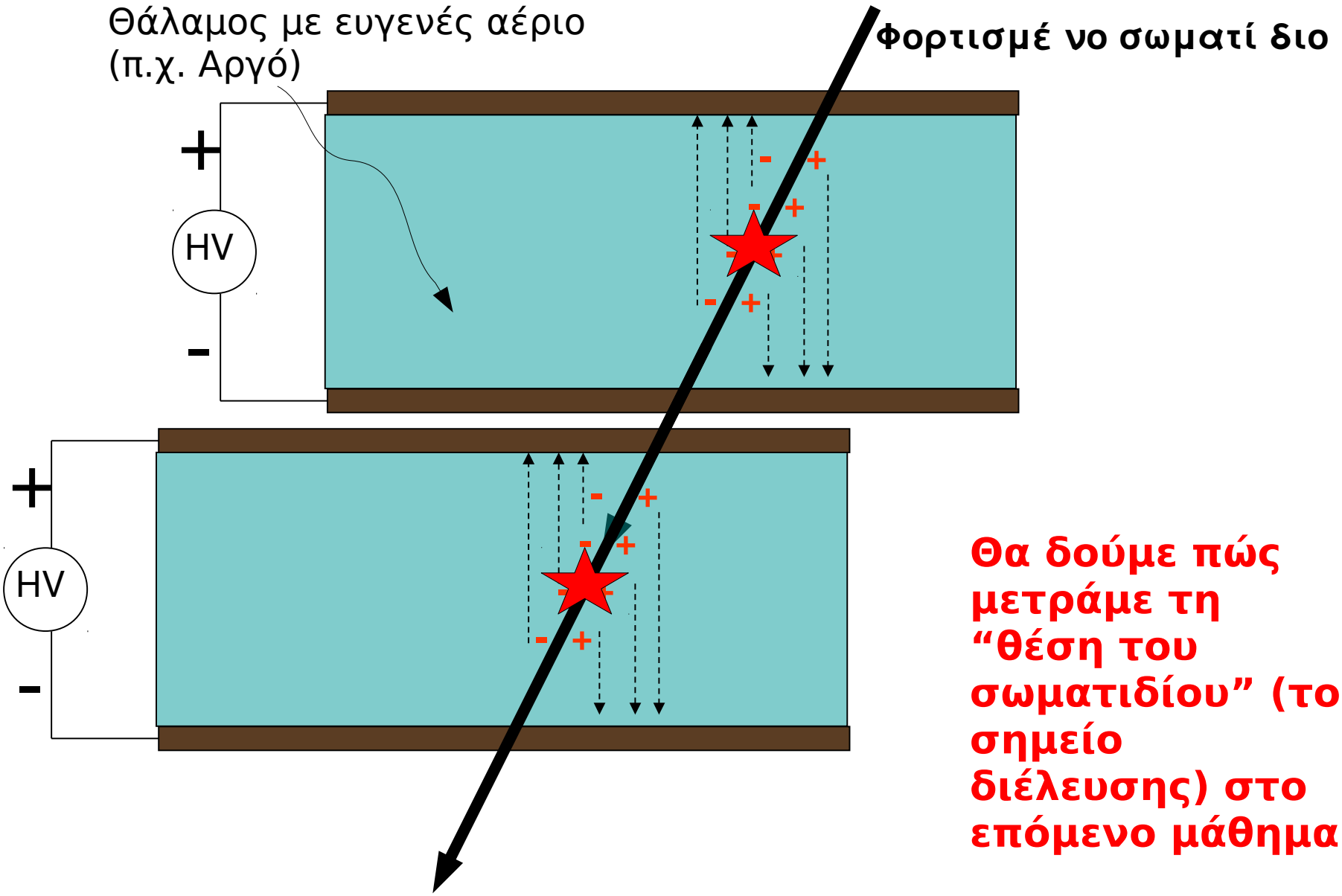




↑

Φωτογραφικέ ς πλά κες: οι πρώ τοι ανιχνευτέ ς σωματιδί ων

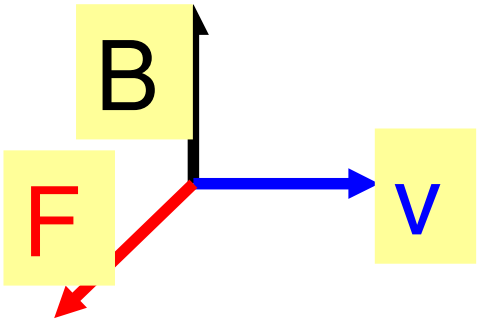
Ιχνηλασία (“tracking”) φορτισμένων σωματιδίων - Ιονισμός



Θα δούμε πώς μετράμε τη “θέση του σωματιδίου” (το σημείο διέλευσης) στο επόμενο μάθημα

Μέτρηση ορμής φορτισμένου σωματιδίου

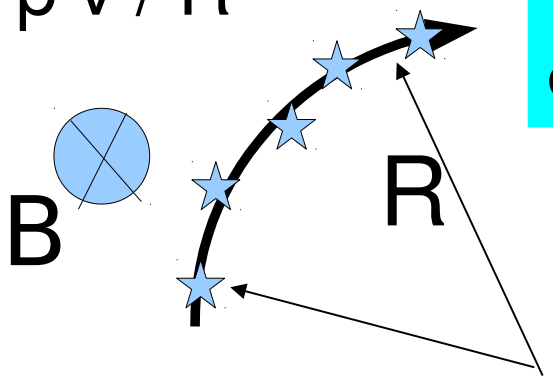
=> Μετρά με την ορμή (p) από την καμπύλωση (R) της τροχιάς φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο (B).



Η δύναμη Lorentz $|F| = q\,v\,B$

δίνει κεντρομόλο επιτάχυνση,

άρα: $F = p\,v / R$



Τροχιά φορτισμένου σωματιδίου

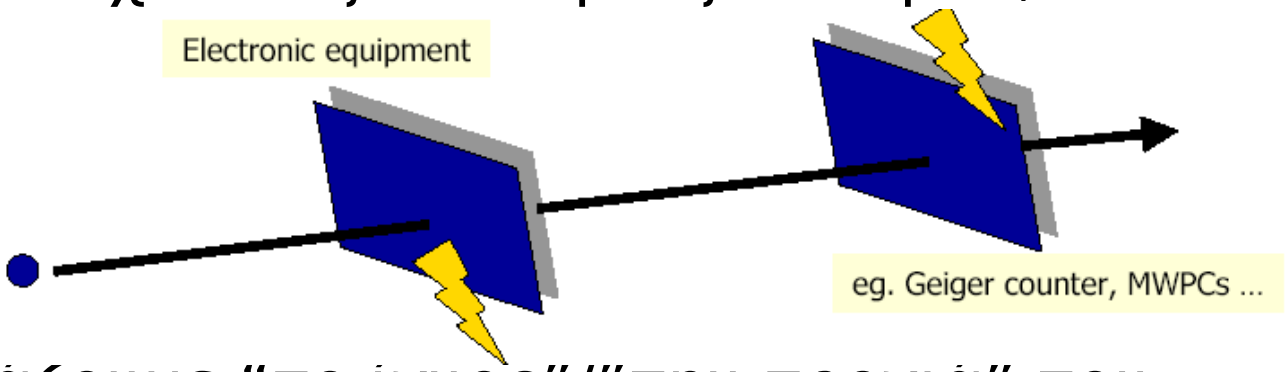
Ορμή $p = p_T$ = η συνιστώσα κάθετη στο μαγνητικό πεδίο

=> Όσο μεγαλύτερη η ορμή (p) του σωματιδίου, τόσο μεγαλύτερη η ακτίνα καμπυλότητας (R) της τροχιάς του

→ ~ευθείες τροχιές είναι από πολύ ενεργητικά σωματίδια!

Ιχνηλασία (tracking)

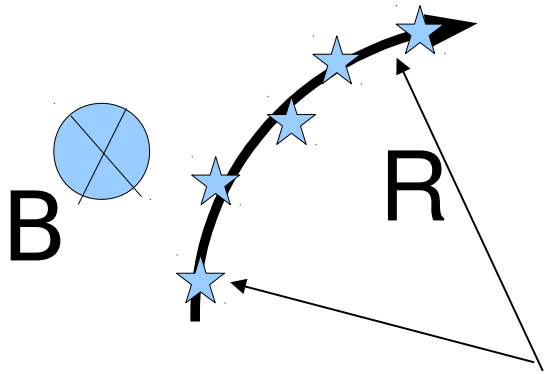
- Διέλευση από ανιχνευτές – συνήθως ιονισμού, αλλά και ημιαγωγών:



- Ανακατασκευάζουμε "το ίχνος"/"την τροχιά" του φορτισμένου σωματιδίου:
  - Η δύναμη Lorentz δίνει κεντρομόλο επιτάχυνση, άρα:

$F = q\,v\,B = p\,v / R$

$\rightarrow$ **$p = 0.3\,B\,R$**

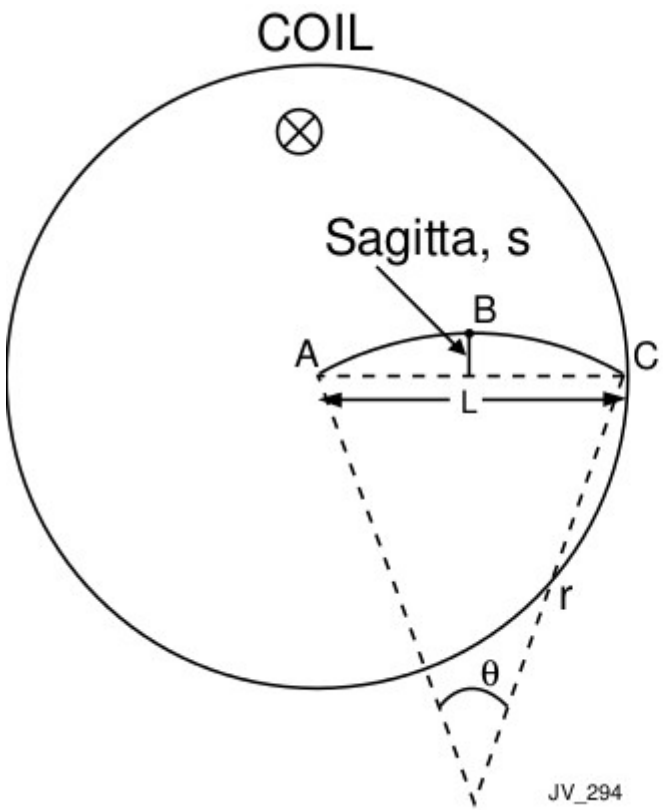


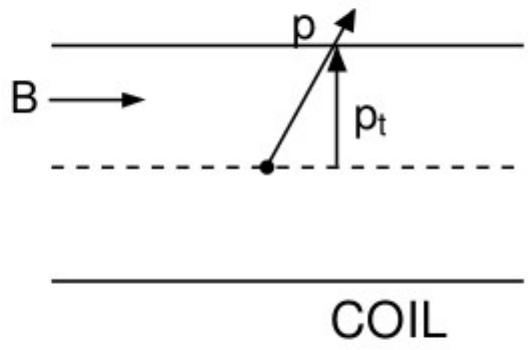
p σε GeV/c, B σε Tesla, R σε m

Ορμή $p = p_T$ = η συνιστώσα κάθετη στο μαγνητικό πεδίο

1α.
Μέτρηση της ορμής από την καμπύλωση σε μαγνητικό πεδίο
και
αρκίβεια στη μέτρηση της ορμής

Η ορμή μετριέται από την ακτίνα καμπύλωσης



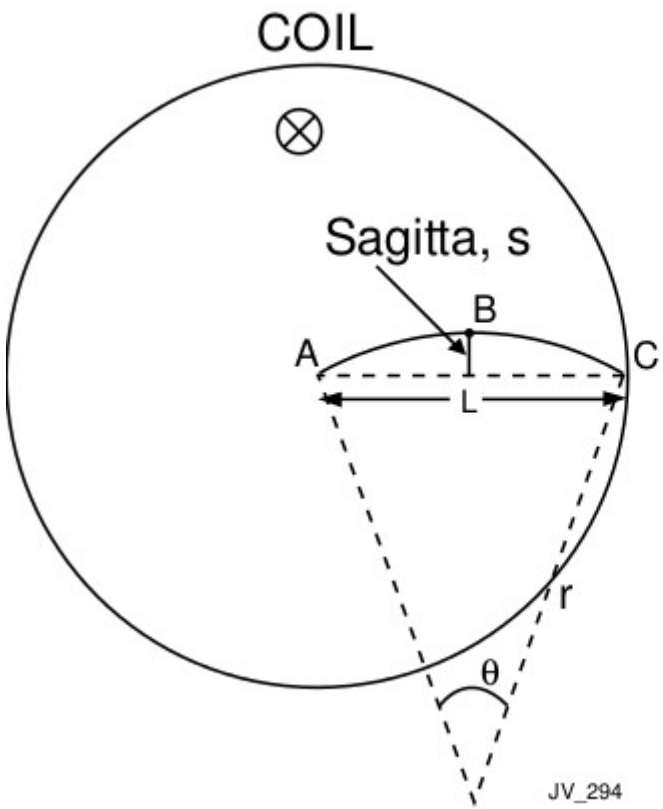


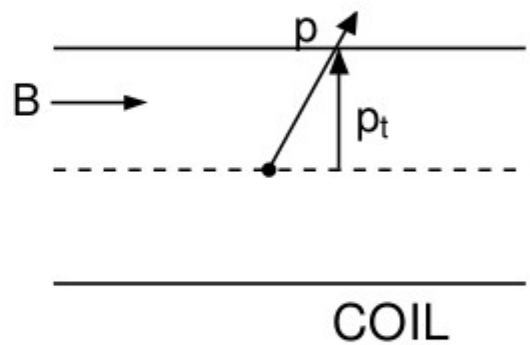
$$r = \frac{p_T}{0.3B}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{L}{2r}$$

Για r >> L : $\frac{\theta}{2} \approx \frac{L}{2r} \Rightarrow \theta \approx \frac{0.3BL}{p_T}$

Η καμπύλωση μετριέται από τη μέγιστη απόκλιση του τόξου από τη χορδή (“sagita”, s)





$$s = r - r\cos(\theta/2)$$
$$\approx r\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2}\frac{\theta^2}{4}\right)\right]$$
$$= \frac{r\theta^2}{8} \approx \frac{0.3BL^2}{8p_T}$$

Με 3 σημεία μόνο (A, B, C στο διάγραμμα):

$$s = x_B - \frac{x_A + x_C}{2}$$

Αν όλα τα σημεία μετριούνται με το ίδιο σφάλμα σ(x) :

$$(ds)^2 = \sigma^2(x) + \frac{\sigma^2(x)}{4} + \frac{\sigma^2(x)}{4} = \frac{3}{2}\sigma^2(x) \equiv \sigma_s^2$$

Οπότε:

$$\frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sigma_s}{s} = \frac{\sqrt{(3/2)}\ \sigma_x}{s} \longrightarrow \frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sigma_x \frac{8p_T}{0.3BL^2}$$

Ανάλογο της ορμής

Σχετικό σφάλμα στην ορμή

- Για N ισαπέχουσες μετρήσεις:

$$\frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sigma_x p_T}{0.3BL^2}\sqrt{\frac{720}{N+4}}$$

For example, $dp_T/p_T \approx 0.5\%$ for $p_T = 1$ GeV/c, L = 1m, B = 1T, $\sigma_x = 200$ μm and N=10. For the best momentum resolution N/2 points should be grouped at the centre and N/4 points at the two ends of the track. Then

$$\frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sigma_x p_T}{0.3BL^2}\sqrt{\frac{256}{N}}$$

leading to an improvement in the momentum resolution by a factor of 0.6.

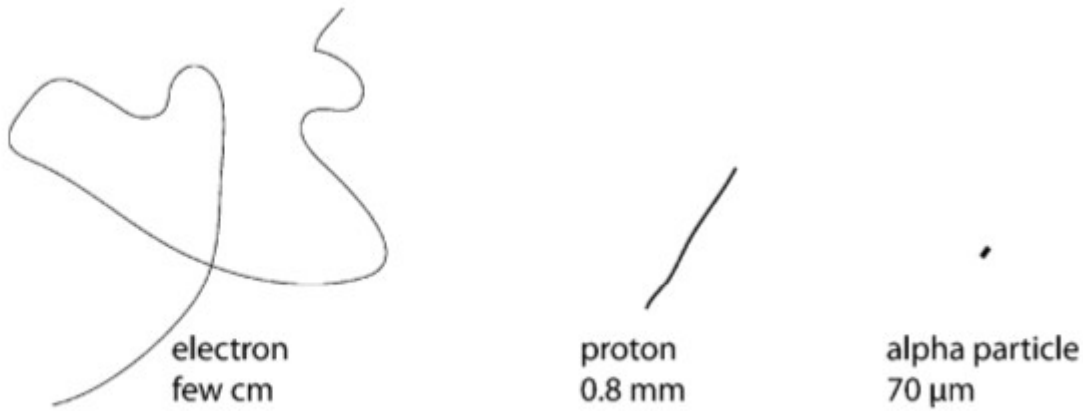
However in a real tracker the errors due to multiple scattering need to be included.

Η ακρίβεια στην ορμή δεν μπορεί όμως να γίνει απείρως μικρή, γιατί
όσο καλά κι αν μετρήσουμε την τροχιά ενός σωματιδίου,
αυτό υπόκειται σε τυχαίες σκεδάσεις (multiple scattering)

1β.
Απόκλιση τροχιάς λόγω πολλαπλών σκεδάσεων (multiple scattering) και ελάχιστη ακρίβεια στη μέτρηση της ορμής

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering)

Fig. 2.9 A typical trajectory for an electron, a proton and an alpha particle of 10 MeV in silicon. The electron trajectory is drawn on a scale 10 times smaller than the trajectory of the proton and the alpha particle



Για συγκεκριμένη ενέργεια σωματιδίου, όπως στο σχήμα:
το βαρύτερο σωματίδιο έχει πολύ μικρότερη ταχύτητα
→ πολύ μεγαλύτερο dE/dx
→ πολύ μικρότερη μέση ελεύθερη διαδρομή.

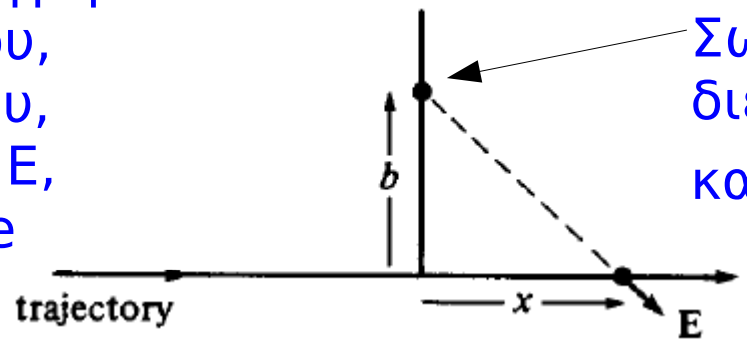
Επίσης, **το βαρύτερο σωματίδιο δεν αλλάζει κατεύθυνση εύκολα**.

Θυμηθείτε στη σκέδαση του σωμαμτιδίου διέλευσης με ένα άτομο/ηλεκτρόνιο του υλικού:

Φορτισμένο σωματιδίο σκεδάζεται από ένα στοιχείο του υλικού: μεταβολή της ορμής του

b = impact parameter = παράμετρος κρούσης

Τροχιά γρήγορου σωματιδίου, ταχτητας υ, ενέργειας E, φορτίου ze



Σωμάτιο του υλικού διέλευσης, μάζας m_R και φορτίου z' e

x=ut

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(z'e)x}{(b^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad E_y = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(z'e)b}{(b^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Εξίσωση κίνησης: Δύναμη = $\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} = ze\mathbf{E}$

Μεταβολή ορμής:

$$\Delta p_x = ze\int_{-\infty}^{\infty} E_x\,\mathrm{d}t \approx \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{vt\,\mathrm{d}t}{(b^2+v^2t^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

Δεν έχουμε συνολική μεταβολή ορμής κατά τον άξονα κίνησης

$\Delta p_y = p_T$

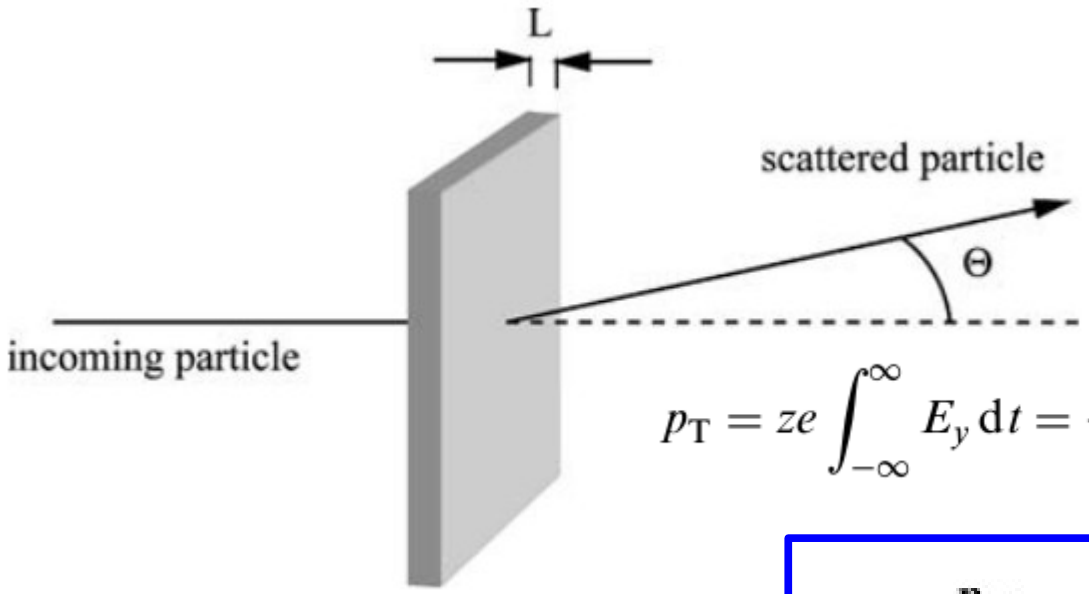
$$p_T = ze\int_{-\infty}^{\infty} E_y\,\mathrm{d}t = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{b\,\mathrm{d}t}{(b^2+v^2t^2)^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2}{bv}$$

$\rightarrow p_T \sim 1/\upsilon$

Μεταβολή ορμής κάθετα στην κίνηση

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering), 1

Απόδειξη: παράγραφος 13.2
Cottingham & Greenwood



$$p_T = ze\int_{-\infty}^{\infty} E_y \, dt = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{b\,dt}{(b^2+v^2t^2)^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2}{bv}$$

θ : γωνία σε δύο διαστάσεις:
σε επίπεδο που περιέχει
την τροχιά του σωματιδίου

$$\theta \approx \frac{p_T}{p} = \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2}{bpv}$$

Απόκλιση από την αδιατάρακτη τροχιά του:
- αντιστρόφως ανάλογη της ορμής του

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering), 2α

Τυχαίες αποκλίσεις: άλλωτε θετικές ($p_T > 0 \rightarrow \theta > 0$) και άλλοτε αρνητικές ($p_T < 0 \rightarrow \theta < 0$) → $<p_T> = 0$

Αφού $\theta = p_T / p \rightarrow <\theta> = <p_T> / p = 0$, και $\sigma(p_T) = \sigma(p_T) / p$, για δεδομένη p.

<u>Ορισμοί:</u>

$\sigma(p_T)$ = τυπική απόκλιση = **standard deviation** = RMS αν η κατονομή είναι Gauss

$\sigma^2(p_T)$ = διασπορά ή διακύμανση = **variance** = RMS^2 αν η κατονομή είναι Gauss

Εμείς, αντί για τη μέση τιμή του p_T υπολογίζουμε τη μέση τιμή του p_T^2 , γιατί θέλουμε την τυπική απόκλιση **$\sigma(p_T)$** που υπολογίζεται ως:

$\sigma(p_T) = RMS(p_T) = sqrt (<p_T^2> - <p_T>^2) = sqrt(<p_T^2>)$, αφού $<p_T> = 0$ →

$\sigma^2(p_T)=<p_T^2>$, και αντίστοιχα: $\sigma(\theta) = RMS(\theta) = sqrt(<\theta^2>) \rightarrow$ **$\sigma^2(\theta)=<\theta^2>$** !

Σημείωση: αυτό ισχύει για κάθε κατανομή που η μέση της τιμή είναι μηδέν!

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering), 2β

Το αποτέλεσμα πολλών τυχαίων αποκλίσεων, από το σημείο εισόδου (in) στο υλικό μέχρι του σημείου εξόδου (out), είναι το άθροισμα ανεξάρτητων όρων:

$p_{T,out} = p_{T,1} + p_{T,2} + p_{T,3} + \ldots = \Sigma p_{T,i}$

και

$< \theta_{out} > = < \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \ldots = \Sigma \theta_i$

Επειδή έχουμε τυχαίες και ανεξάρτητες αποκλίσεις,
άλλωτε θετικές ($p_T > 0 \rightarrow \theta > 0$) και άλλοτε αρνητικές ($p_T < 0 \rightarrow \theta < 0$):

$< \Sigma p_{T,i} > = 0$ και $< \Sigma \theta_i > = 0$, οπότε $< p_{T,out} > = 0 \rightarrow < \theta_{out} > = 0$

Έτσι, η μέση τιμή της $p_{T,out}$, και και της θ_{out} , είναι μηδέν.

Η σκέδαση "i" , που είναι μία από N τυχαίες και ανεξάρτητες σκεδάσεις, με παράμετρο κρούσης b_i , έχει τυπική απόκλιση $\sigma(p_{T,i})$.

Οπότε η $p_{T,out}$ έχει διακύμανση (= variance) ίση με το άθροισμα των διακυμάνσεων της κάθε σκέδασης (μετάδοση σφαλμάτων σε άθροισμα):

$\sigma^2(p_{T,out}) = \Sigma\, \sigma^2(p_{T,i}) = \Sigma <p_{T,i}^2>$ (από προηγούμενη σελίδα, κάτω κάτω)

και έτσι: $\sigma^2(\theta_{out}) = \Sigma\, \sigma^2(\theta_i) = \Sigma <\theta_i^2>$

Έχουμε επισης δεί ότι αφου $<\theta_{out}>=0$:

$\sigma^2(\theta_{out}) = RMS^2(\theta_{out}) = <\theta^2_{out}>$

$$\sigma^2(\theta_{out}) = <\theta^2_{out}> = \Sigma <\theta_i^2> \;!$$

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering), 3

Διέλευση από πολλά άτομα, σε διαδρομή Δx:

Αν τα άτομα του υλικού είναι τυχαία κατανεμημένα στο χώρο γύρω από την τροχιά του σωματιδίου, ο αριθμός ατόμων N_b που περιέχονται σε κυλινδρικό όγκο ακτίνας b , πάχους db και μήκους dx θα είναι:

N_b = **(ρ*b*2π*db*Δx)/m_a**

Όπου m_a είναι η μάζα του κάθε ατόμου (προσεγγιστικά: m_a = A amu).

Το αποτέλεσμα όλων των τυχαίων σκεδάσεων από όλα τα κέντρα σκέδασης από κάποιο **bmin** έως κάποιο **bmax** είναι το άθροισμα των σκεδάσεων:

Κρούση με ένα κέντρο σκέδασης "i" σε απόσταση b } $p_T = \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2}{bv}$

→ $\sigma^2(p_{T,\text{εξόδου}}) = \langle p_T^2{}_{\text{εξόδου}}\rangle = \Sigma\langle p_{T,i}^2\rangle = \frac{2\pi\rho}{m_a}\left(\frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{4}{v^2}\int\frac{db}{b}\Delta x$

Πάλι: ποιά είναι τα όρια της ολοκήρωσης;

bmin ~ διαστάσεις πυρήνα , **bmax** ~ διαστάσεις ατόμου (αν γίνει πολύ μεγαλύτερο, έχουμε αμελητάιο θ)

Οπότε: Hence we have, roughly, $\int db/b \approx \ln(\text{Å}/\text{fm}) \approx 10$, and the mean squared deflection in a path length Δx is given by

$$\sigma^2(\theta_{out}) = \overline{\theta^2} \approx \frac{\overline{\mathbf{p}_T^2}}{p^2} \approx (3\ \text{cm}^2\ \text{g}^{-1}\ \text{MeV}^2)\frac{\rho\Delta x}{(pv)^2}\frac{Z^2z^2}{A}$$

Οπότε: η επίδραση των πολλαπλών σκεδάσεων μεγαλώνει με το Z του υλικού.

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering), 4

Διέλευση από πολλά άτομα, σε διαδρομή Δx:

Hence we have, roughly, $\int db/b \approx \ln(\check{A}/\mathrm{fm}) \approx 10$, and the mean squared deflection in a path length Δx is given by

$$\overline{\theta^2} \approx \frac{\overline{\mathbf{p}_T^2}}{p^2} \approx (3\ \mathrm{cm}^2\ \mathrm{g}^{-1}\ \mathrm{MeV}^2)\frac{\rho\Delta x}{(pv)^2}\frac{Z^2 z^2}{A}.$$

Οπότε: η επίδραση των πολλαπλών σκεδάσεων μεγαλώνει με το Z του υλικού.

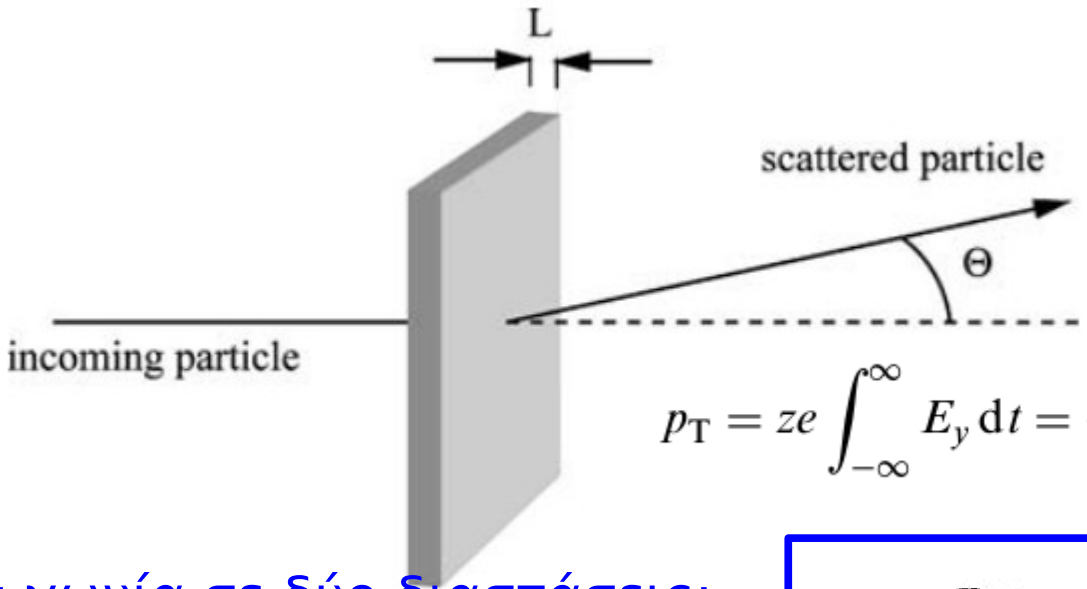
Για βαριά σωματίδια pυ = 2 * Κινητική Ενέργεια = 2 T
Ενώ για πολύ ελαφρά (π.χ. ηλεκτρόνια) έχουμε pυ = T

Οπότε, σε πρώτη προσέγγιση:
για ίδιας κινητικής ενέργειας σωματίδια έχουμε την ίδια μέση απόκλιση λόγω πολλαπλών σκεδάσεων.

Επίσης, σημειώστε ότι βάλαμε το Z του υλικού:
Αυτό, γιατί τα κέντρα σκέδασης είναι ουσαστικά οι πυρήνες, με φορτίο Ze, και όχι τα ηλκετρόνια γύρω από τον πυρήνα: δείτε επόμενη σελίδα →

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering) , 5

Απόδειξη: παράγραφος 13.2
Cottingham & Greenwood



$$p_T = ze\int_{-\infty}^{\infty} E_y\,dt = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{b\,dt}{(b^2+v^2t^2)^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2}{bv}$$

θ : γωνία σε δύο διαστάσεις:
σε επίπεδο που περιέχει
την τροχιά του σωματιδίου

$$\theta \approx \frac{p_T}{p} = \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2}{bpv}$$

Απόκλιση από την αδιατάρακτη τροχιά του:
- αντιστρόφως ανάλογη της ορμής του

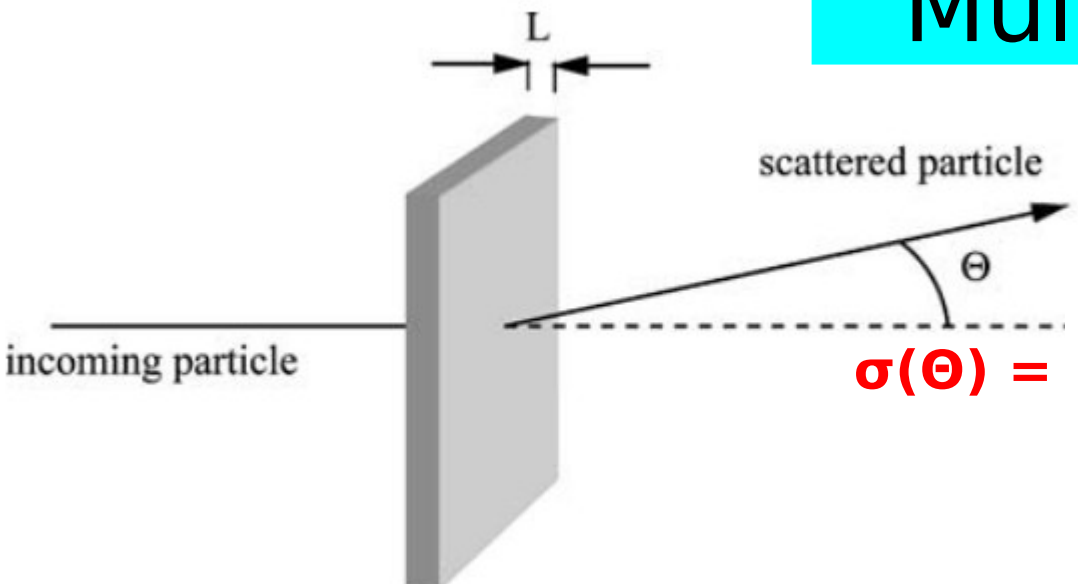
Επειδή z' είναι πολύ μεγάλο για τον πυρήνα (z' = Z) που ενεργεί ως όλον, ενώ το κάθε ατομικό ηλεκτρόνιο έχει z' = 1, η συνεισφορά των σκεδάσεων από κάθε ηλεκτρόνιο είναι μικρή. Το αποτέλεσμα z' ανεξάρτητων σκεδάσεων με ηλεκτρόνια είναι το άθροισμά τους, που κατα μέσο όρο κάνει μηδέν → $\theta_{z'\text{ηλεκτρόνια}} = \theta_{z'e} = \Sigma\,\theta_{i,e}$ → $\boldsymbol{\sigma^2(\theta_{z'\,e})} = \Sigma\,\sigma^2(\theta_i) = \Sigma\,\langle\theta_i^2\rangle \sim \mathbf{z'\,\theta^2_{i,e}}$

Ο πυρήνας σκεδάζει με τη μία, με όλο του το φορτίο z' = Z: $\theta_{\text{πυρήνα}} = \mathbf{z'\,\theta_{i,e}}$

→ $\boldsymbol{\sigma^2(\theta_{\text{πυρήνα}})} = \langle\theta^2_{\text{πυρήνα}}\rangle = \mathbf{(z')^2\,\theta^2_{i,e}} < \boldsymbol{\sigma^2(\theta_{z'\,e})}$

Η αλλαγή στη διεύθυνση γίνεται κυρίως από τον πυρήνα.
Τα ηλεκτρόνια απλά θωρακίζουν το φορτίο του πυρήνα.

Multiple scattering, 6



Θ : γωνία στον τρισδιάστατο χώρο (3D)

RMS της κατονομής γωνιών Θ σε 3D

σ(Θ) =

$$\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} = \frac{Z}{Pc\beta}(20\ \mathrm{MeV})\sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

$$\frac{1}{X_0} \approx 4\alpha\, r_0^2 \frac{\rho N_A}{A_r} Z_{\mathrm{nucl}}(1 + Z_{\mathrm{nucl}}) \ln\left(\frac{183}{\sqrt[3]{Z_{\mathrm{nucl}}}}\right)$$

Θ = scattering angle relative to the incoming particle in radians
P = momentum of the incoming particle
X_0 = radiation length of the material
N_A = Avogadro's number
α = fine structure constant ($\alpha \approx 1/137$)
r_0 = classical electron radius ($2.82\ 10^{-15}$ m)

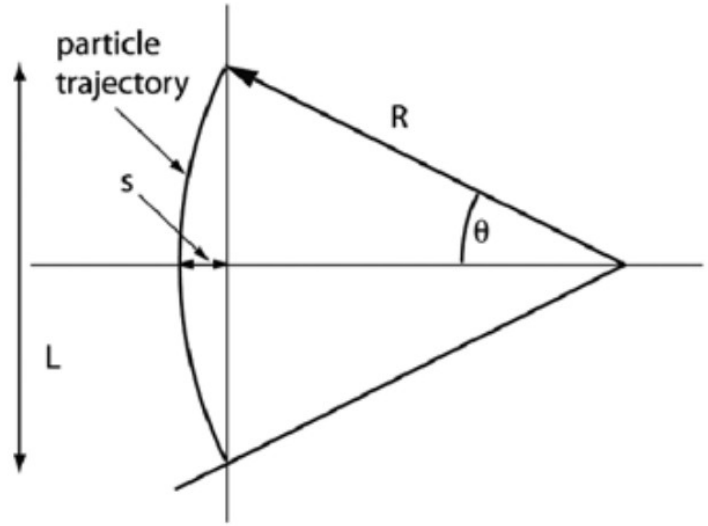
Απόκλιση από την αδιατάρακτη τροχιά του:
- αντιστρόφως ανάλογη της ορμής του
- ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα του πόσα radiation lengths διασχίζει

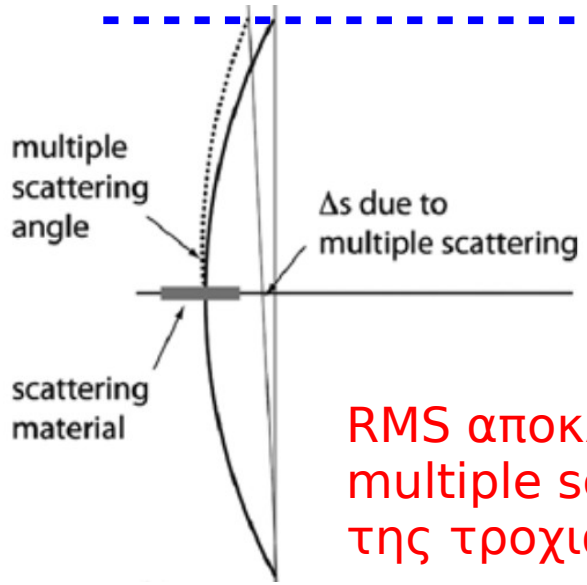
Notice that Θ represents the angle in space. The symbol Θ_p represents the angle projected on a plane containing the direction of the incoming particle. These two quantities are related by

Θ_p : γωνία σε ένα επίπεδο (δύο διαστάσεις, 2D) που περιέχει την τροχιά του σωματιδίου

RMS της κατονομής γωνιών 2D: $\sqrt{\langle \Theta_p^2 \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle}$ **= σ(Θ$_p$)**

Επίδραση του multiple scattering στη μέτρηση της ορμής





Επίπεδο εξόδου του σωματιδίου από το χώρο μέτρησης της τροχιάς του

RMS γωνιακών αποκλίσεων από multiple scattering:

$$\sqrt{\langle\theta_p\rangle^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{Z}{\beta Pc}(0.02\,\mathrm{GeV})\sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

$$\boxed{\sigma(\Theta_p) \approx \frac{13.6MeV}{\beta pc} Z_{inc} \sqrt{\frac{L}{X_0}}}$$

!

RMS αποκλίσεων της sagita λόγω multiple scattering στο μέσον της τροχιάς:

$$[\sigma\{s\}]_{MS} = \frac{L}{4}\sqrt{\langle\theta_p\rangle^2}$$

Για σκεδάσεις σε όλο το μήκος της τροχιάς:

$$[\sigma\{s\}]_{MS} = \frac{L}{4\sqrt{3}}\sqrt{\langle\theta_p\rangle^2}$$

Οπότε το σχετικό σφάλμα στη sagita, και άρα και στην εγκάρσια ορμή είναι:

$$\boxed{\left[\frac{\sigma\{P\}}{P}\right]_{MS} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{0.02}{0.3}\,\frac{1}{L[\mathrm{m}]\mathrm{B}[\mathrm{tesla}]\,\beta}\sqrt{\frac{L}{X_0}}}$$

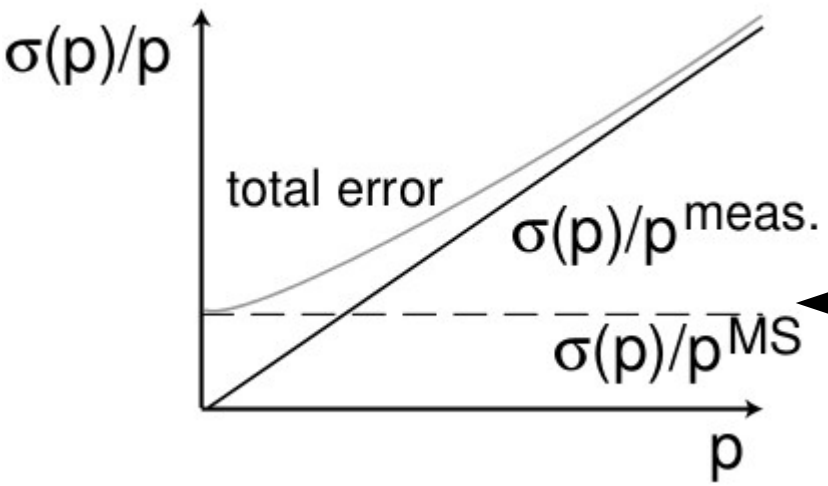
$$\boxed{\frac{\sigma_{s_{ms}}}{s} = \left.\frac{dp}{p}\right|_{ms} \overset{\beta\sim 1}{\approx} 0.05\frac{1}{B\sqrt{LX_0}}}\quad \text{since}\quad s = \frac{0.3BL^2}{8p}$$

Ανεξάρτητο της ορμής!! !

Σχετική ακρίβεια μέτρησης ορμής

Από καμπύλωση: $\sigma(p_T)/p_T = const * p_T$

→ όσο μεγαλύτερη η ορμή, τόσο πιο ανακριβής (%) η μέτρησή της



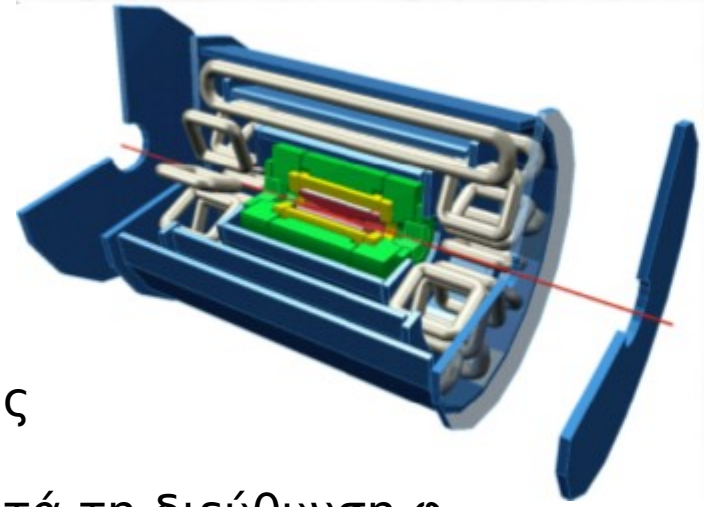
Από multiple scattering:

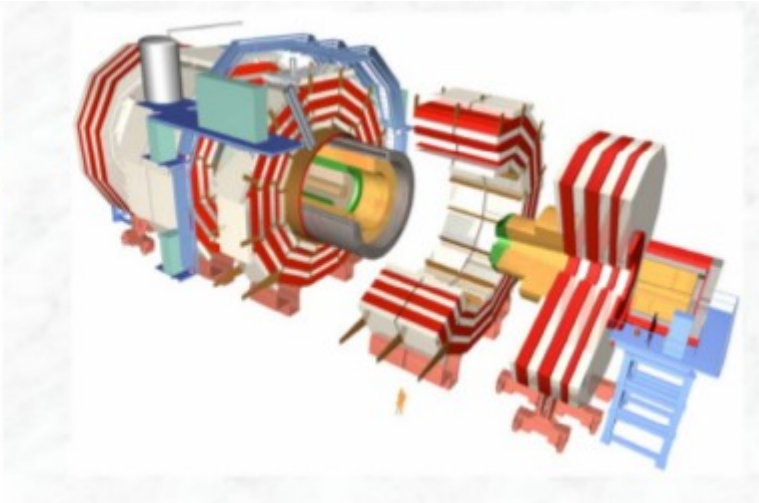
$\sigma(p_T)/p_T = const$

→ ανεξάρτητο της ορμής!

Σχετική ακρίβεια μέτρησης ορμής – παράδειγμα ATLAS & CMS

ATLAS & CMS:
Εσωτερικός Tracker:
- ακτίνα 1 μέτρο
- σωληνοϊδές πεδίο κατά τον άξονα z





Εξωτερικός ανιχνευτής Μιονίων:
- ΑΤΛΑΣ: τοροειδές κατά τη διεύθυνση φ
- CMS : σωληνοειδές αντίθετης κατεύθυνσης

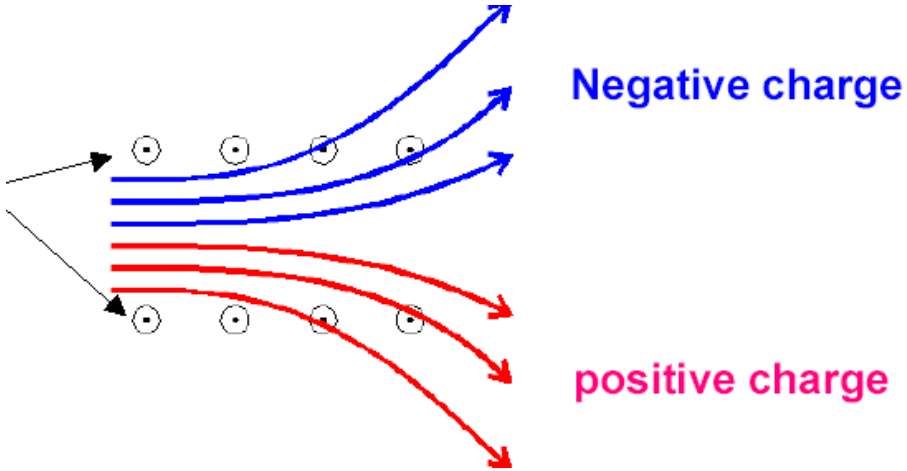
	ATLAS	CMS
Magnetic field	2 T solenoid + toroid: 0.5 T (barrel), 1 T (endcap)	4 T solenoid + return yoke
Tracker	Silicon pixels and strips + transition radiation tracker $\sigma/p_T \approx 5 \cdot 10^{-4} p_T + 0.01$	Silicon pixels and strips (full silicon tracker) $\sigma/p_T \approx 1.5 \cdot 10^{-4} p_T + 0.005$
Muon	$\sigma/p_T \approx 2\%$ @ 50GeV to 10% @ 1TeV (Inner Tracker + muon system)	$\sigma/p_T \approx 1\%$ @ 50GeV to 10% @ 1TeV (Inner Tracker + muon system)

... p_T [GeV]

Ιχνηλασία (tracking) – άλλες μετρήσεις

- **Μέτρηση φορτίου:**
  Το μαγνητικό πεδίο εκτός του επιπέδου.

  Τα θετικά και τα αρνητικά φορτισμένα σωμάτια αποκλίνουν προς διαφορετικές κατευθύνσεις

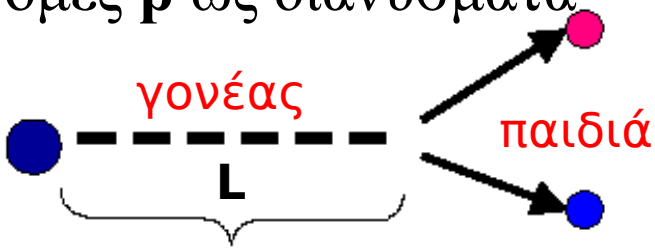


- **Μέτρηση χρόνου ζωής:** από μέτρηση του διαστήματος πτήσης, L, του σωματιδίου πριν τη διάσπασή του, και τη μέτρηση της ορμής του:

Εύρεση σημείου διάσπασης και ορμές από την ακριβή ιχνηλασία των προϊόντων

- length $L = \beta\gamma t\, c$, $pc/E = \beta$, $E/mc^2 = \gamma \rightarrow \beta\gamma = pc/mc^2$
- $\mathbf{p}$(αόρατου γονέα) = Σ $\mathbf{p}$(παιδιών) , με ομές $\mathbf{p}$ ως διανύσματα
- E(αόρατου γονέα) = Σ E(παιδιών)
- $t = L / \beta\gamma c = Lmc/p$,

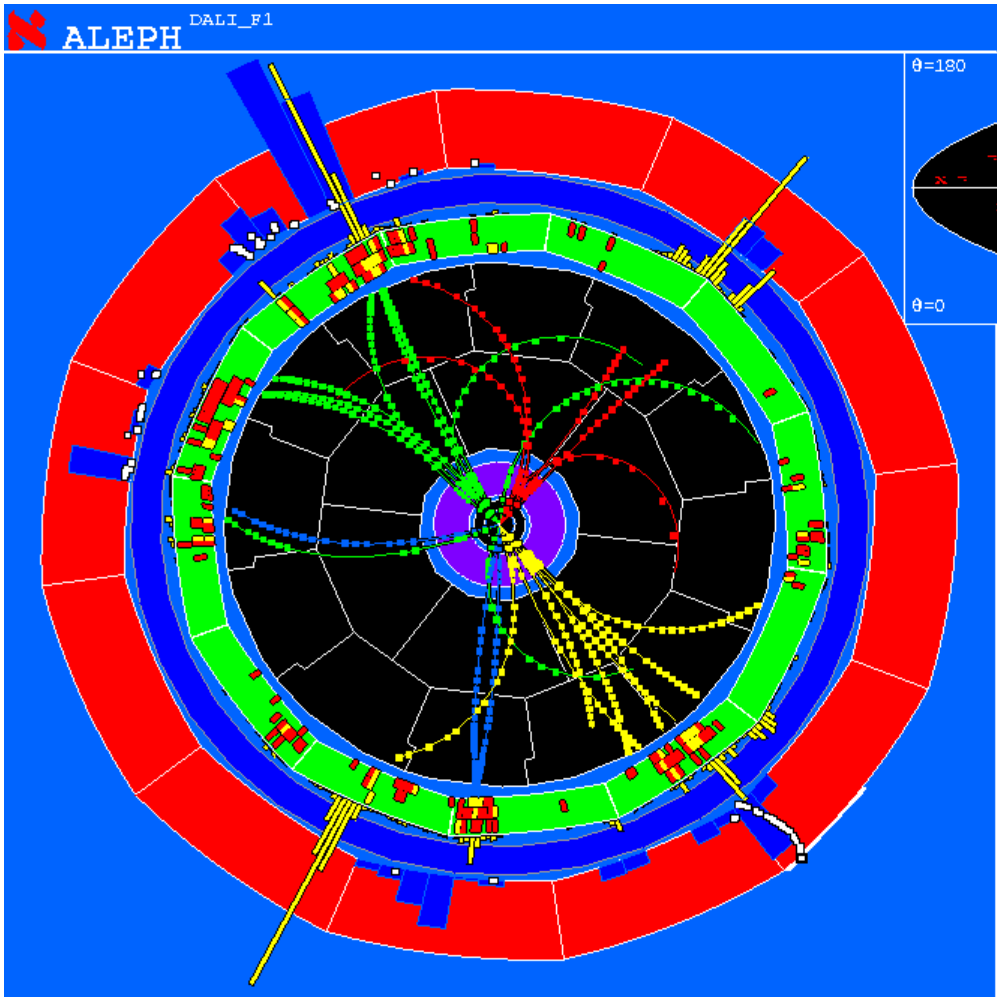
Χρόνος t: στο ρολόι του σωματιδίου, όχι του εργαστηρίου



και μέτρηση του μέσου χρόνου ζωής, τ, από την εκθετική κατανομή των διασπασεων : $e^{-t/\tau}$

2. Ταυτοποίηση σωματιδίων

Particle identification from energy loss



Measure momentum by curvature of the particle track.

Find **dE/dx** by measuring the deposited charge along the track.

→ **Particle Identification ("particle ID")**

Particle identification from energy loss

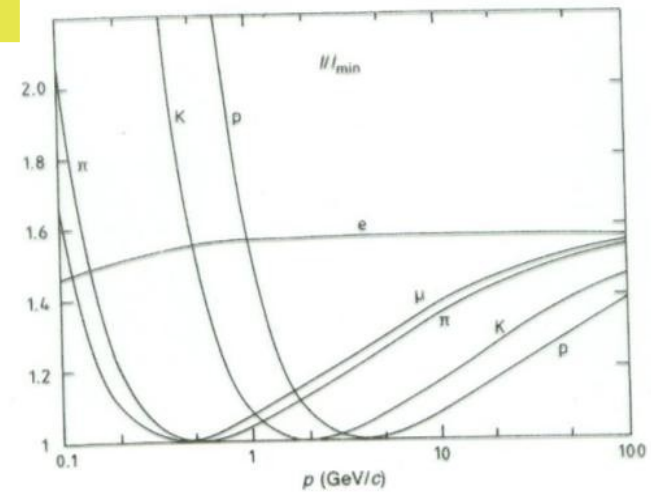
dE/dx εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου.
Αν γνωρίζουμε την ορμή του, ξέρουμε και τη μάζα του

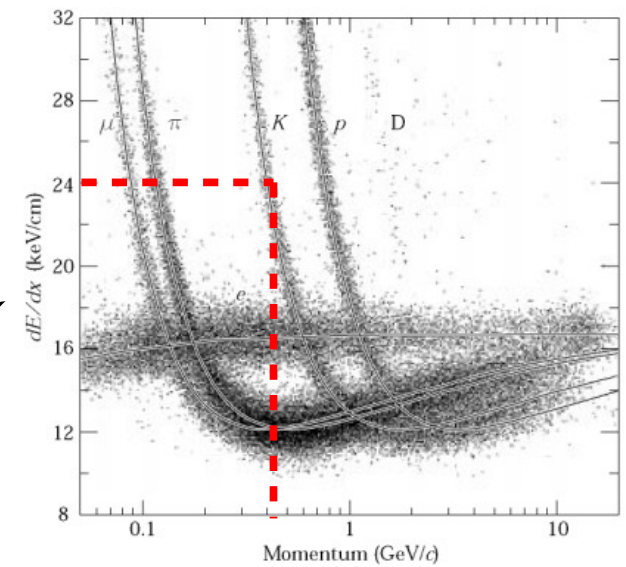
- Energy loss depends on the particle velocity and is ≈ independent of the particle's mass M.

- The energy loss as a function of particle momentum P= Mcβγ IS however depending on the particle's mass

- By measuring the particle momentum (deflection in the magnetic field) and measurement of the energy loss one can measure the particle mass

→ **Particle Identification !**





π.χ, εδώ Καόνιο

$$\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = -4\pi r_e^2 m_e c^2 Z_1^2 \frac{p^2+M^2c^2}{p^2} N_A \frac{Z}{A}\left[\ln\frac{2m_e c^2 F}{I}\frac{p^2}{M^2c^2} - \frac{p^2}{p^2+M^2c^2}\right]$$

Partiticle identification by **Time of Flight**

- **Μέτρηση χρόνου πτήσης** (t) ενός σωματιδίου σε γνωστή απόσταση (L)
  - π.χ., από την δημιουργία του στο σημείο της σύγκρουσης, όταν ξέρουμε τη στιγμή που έγινε η σύγκρουση,
  - εως να φτάσει και να αφήσει σήμα σ' έναν σπινθηριστή (scintillator)
- **Μέτρηση της ορμής** (p) του από την καμπύλωση της τροχιάς του σε μαγητικό πεδίο
- Οπότε ξέροντας το χρόνο και το μήκος πτήσης και την ορμή, βρίσκουμε τη μάζα του → ταυτοποίηση (πχ., πιόνιο, πρωτόνιο): <u>το μήκος πτήσης (L) συνδέεται με χρόνο πτήσης (t), ορμή (p) και μάζα (m):</u>

$$\mathbf{L} = t*\beta/c = t*p/E = t*p/\mathrm{sqrt}(p^2+m^2) = \mathbf{t/sqrt[1 + (m/p)^2]}$$

Partiticle separation by **Time of Flight**

- **Μέτρηση χρόνου πτήσης** (t) δύο σωματιδίων σε γνωστή απόσταση (L) δίνει τη διαφορά μαζών

L = t*β/c = t*p/E = t *p/sqrt(p^2+m^2) = **t/sqrt[1 + $(m/p)^2$]**

$$\Delta t \sim \frac{L}{c}\left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{2p^2}\right), \quad \beta \to 1$$

Έστω ότι έχω μετρήσει δυο σωματίδια να έχουν ίδια αορμή, p. Αν δεν έχω καλή ακρίβεια στο Δt, και το Δt είναι συμβατό με 0 (μηδέν) τότε η διαφορά $m_1^2 - m_2^2$ είναι συμβατή με 0, και δεν μπορώ να ξεχωρίσω ποιό είναι το m_1 από ποιο το m_2

Έστω ότι έχω μετρήσει p την ορμή ενός σωματιδίου Θελω να ελέγξω αν ο χρόνος πτήσης είναι συμβατός με μάζα m_1 ή m_2 .
Αν δεν έχω καλή ακρίβεια στα t_1 και t_2 , και το Δt είναι συμβατό με 0 (μηδέν) τότε η διαφορά $m_1^2 - m_2^2$ είναι συμβατή με 0, και δεν μπορώ να ξεχωρίσω αν έχω το m_1 ή το m_2

For a given flight path, L, the difference in time of flight for particles of different mass, Δt, is proportional to the difference of the squares of the masses of particles. The time separation becomes worse as the inverse of the square of the particle momentum. Therefore time of flight is typically a useful technique only for slow, almost non-relativistic, particles.

The time of flight method collapses at high energies because, by virtue of the special theory of relativity, $\beta \to 1$ independent of the mass. The required flight path at fixed time resolution goes like p^2. For example, to achieve a four standard deviation π/K separation in Δt, $m_\pi \sim 0.14$ GeV, $m_K \sim 0.49$ GeV, with a detector with a resolution of 300 ps, requires a 3 meter flight path, L, at 1 GeV and a 12 meter flight path at 2 GeV. As this example shows, we are normally limited by geometric and fiscal constraints to rather low momenta.

!

Cherenkov: εκπομπή όταν ταχύτητα β > 1/n

Ακτινοβολία Cerenkov

- Ακτινοβολία Cerenkov εκπέμπεται όταν φορτισμένο σωματίδιο διέλθει μέσα από διηλεκτρικό μέσο με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσον.
- Ο κώνος της ακτινοβολίας δημιουργείται από την εποικοδομητική συμβολή των επιμέρους φωτεινών κυμάτων και αποτελεί ισοφασική επιφάνεια.

Εκπομπή ακτινοβολίας Cerenkov εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου και το δείκτη διάθλασης του υλικού.

- Συνθήκη εκπομπής ακτινοβολίας Cerenkov:

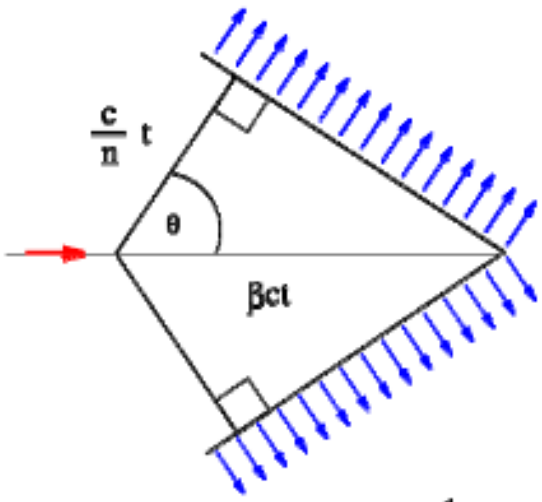
$$\upsilon \geq \upsilon_{\varphi} \quad \Rightarrow \quad \frac{\upsilon}{c} \geq \frac{\upsilon_{\varphi}}{c} \quad \Rightarrow \quad \beta \geq \frac{1}{n}$$

π.χ.

για το νερό:	n = 1,33	άρα:	βmin = 0,7519
για τον αέρα:	n = 1,000283	άρα:	βmin = 0,9997

Cherenkov: γωνία εκπομπής → μέτρηση ταχύτητας

Εκμπομπή όταν β>1/n, σε γωνία cosθ= 1/βn



- Η γωνία εκπομπής θ της ακτινοβολίας Cerenkov, σε δεδομένο μέσο, εξαρτάται μόνο από την ταχύτητα υ του σωματιδίου:

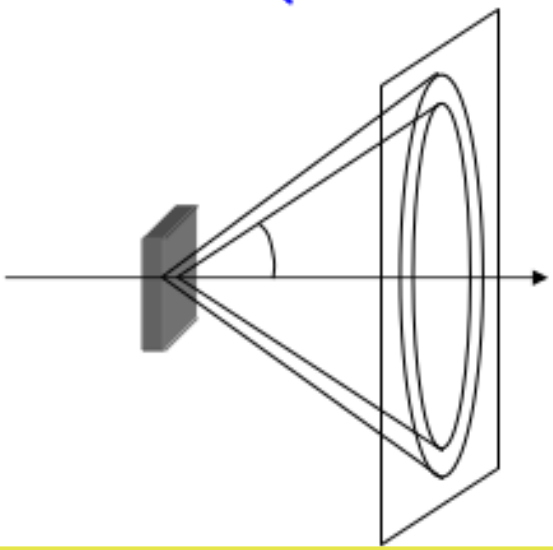
$$\cos\theta = \frac{\upsilon_\varphi t}{\upsilon t} = \frac{\upsilon_\varphi}{\upsilon} = \frac{c/n}{\upsilon} = \frac{c}{\upsilon n} = \frac{1}{\beta n}$$

π.χ. για το νερό:

β(min) = 0,7519 άρα θ(max) = 41,25^0

για τον αέρα:

β(min) = 0,9997 άρα θ(max) = 1,36^0

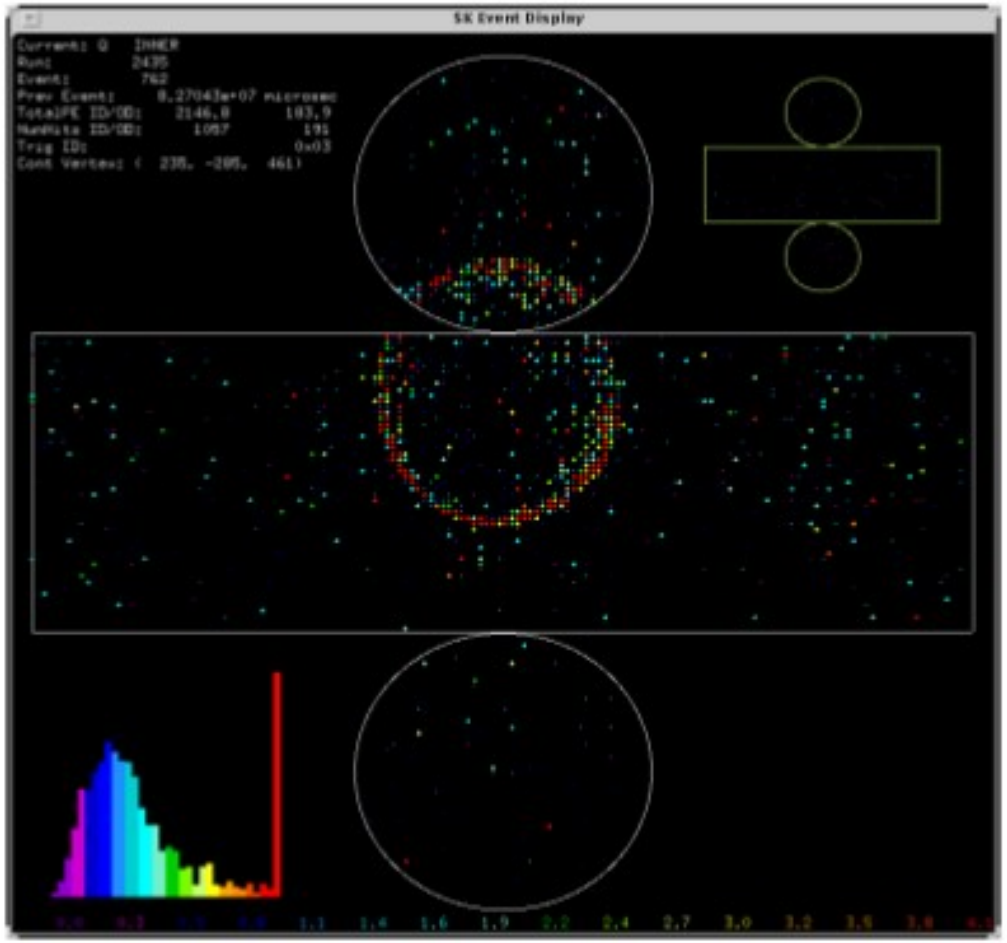


- Όταν η ακτινοβολία Cerenkov προσπίπτει σε πέτασμα κάθετο στην τροχιά του σωματιδίου, δημιουργεί κυκλικό δακτύλιο, το μέγεθος του οποίου εξαρτάται από την ταχύτητα υ του σωματιδίου και την απόσταση του πετάσματος.

Γωνία εκπομπής ακτινοβολίας Cerenkov → ταχύτητα του σωματιδίου.
Αν γνωρίζουμε και την ορμή του, ξέρουμε **τη μάζα του**

Cherenkov rings

Cerenkov rings



Cherenkov κατωφλίου: παράδειγμα με 2 Cherenkov Counters

Table 2: Parameters for some selected Cherenkov radiators.

Medium	n-1	θ_{max}	π_{thr}(p) GeV/c	N_γ ($eV^{-1}cm^{-1}$)
Air	1.000283	1.36°	5.9	0.21
Isobutane	1.00217	3.77°	2.12	0.94
Aerogel	1.0065	6,51°	1.23	4.7
Aerogel	1.055	18.6°	0.42	37.1
Water	1.33	41.2°	0.16	160.8
Quartz	1.46	46.7°	0.13	196.4

$$\sin^2\theta_C = 1-\frac{1}{\beta^2 n^2} = 1-\frac{1}{n^2}\left(1+\frac{m^2}{p^2}\right)$$

An example of the use of threshold Cherenkov counters comes from BaBar experiment at SLAC [21]. Two aerogel radiators are used: A1 with n=1.055 and A2 with n=1.0065 leading to the following conditions (Fig. 26) :

p > 0.4 GeV/c, π in A1 give light,

p > 1.2 GeV/c, π in A1 and A2 give light,

p > 1.4 GeV/c, K in A1 give light,

p > 4.2 GeV/c, K in A1and A2 give light.

Hence π/k separation can be obtained in the range below 4.2 GeV/c which is adequate for the study of CP violation in BaBar.

Ring Imagine Cherenkov (RICH)

$$\sin^2\theta_C = 1-\frac{1}{\beta^2 n^2} = 1-\frac{1}{n^2}\left(1+\frac{m^2}{p^2}\right)$$

The angle θ_C is given by:

$$\theta_C = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\beta n}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{E}{pc}\frac{1}{n}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{p^2+m^2}}{pc}\frac{1}{n}\right)$$

The error in the measurement of the angle is minimized by minimizing the error on the localization of a photo-conversion, σ_θ, and maximizing the number of photo-electrons, N_{pe}. Two particles with masses m_1 and m_2 can be distinguished by n_σ up to a momentum p given by

$$p = \frac{1}{\sqrt{n_\sigma}}\sqrt{\frac{\left(m_2^2-m_1^2\right)\sqrt{N_{pe}}}{2\tan\theta\times\sigma_\theta^{pe}}}$$

As an example π/K can be separated up to 75 GeV/c at a 3σ level for N= 20 pe, σ_θ =1 mrad and θ=31 mrad (CF_4).