

Επιταχυντές - Ανιχνευτές

Κ.Κορδάς

Ανιχνευτές : Μάθημα 3

- Μέτρηση ορμής σωματιδίου
- Ταυτοποίηση σωματιδίων

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

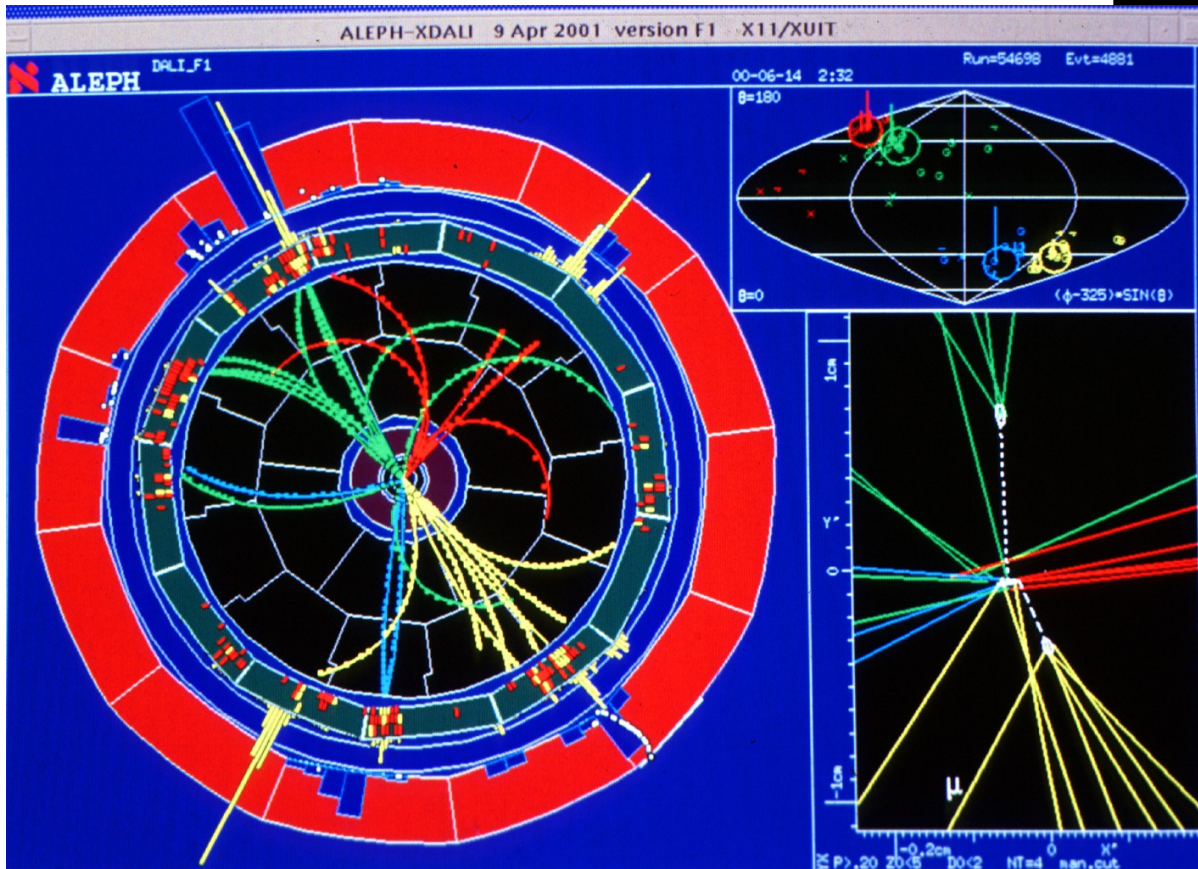
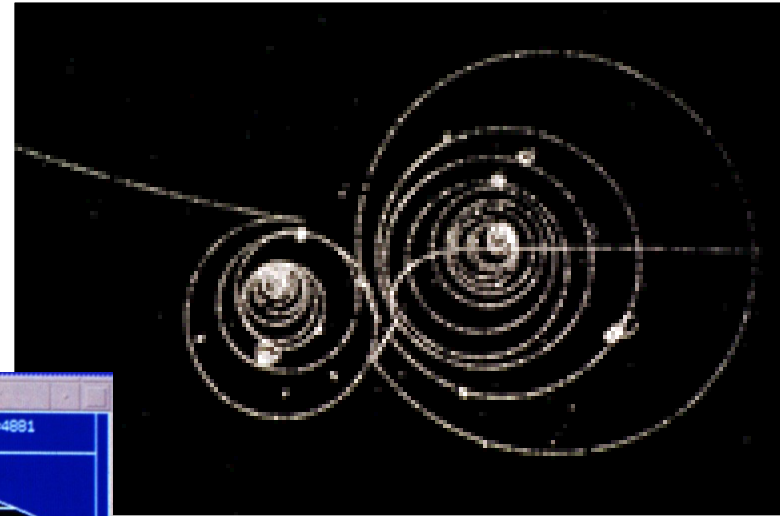
Τι θα συζητήσουμε

- Μέτρηση ορμής σωματιδίων
 - Πολλαπλή σκέδαση από Cottingham&Greenwood (κεφ. 13.2)
 - Μέτρηση ορμής από Tavernier (κεφ. 4.5.2)
- Ταυτοποίηση σωματιδίων

1. Μέτρηση ορμής

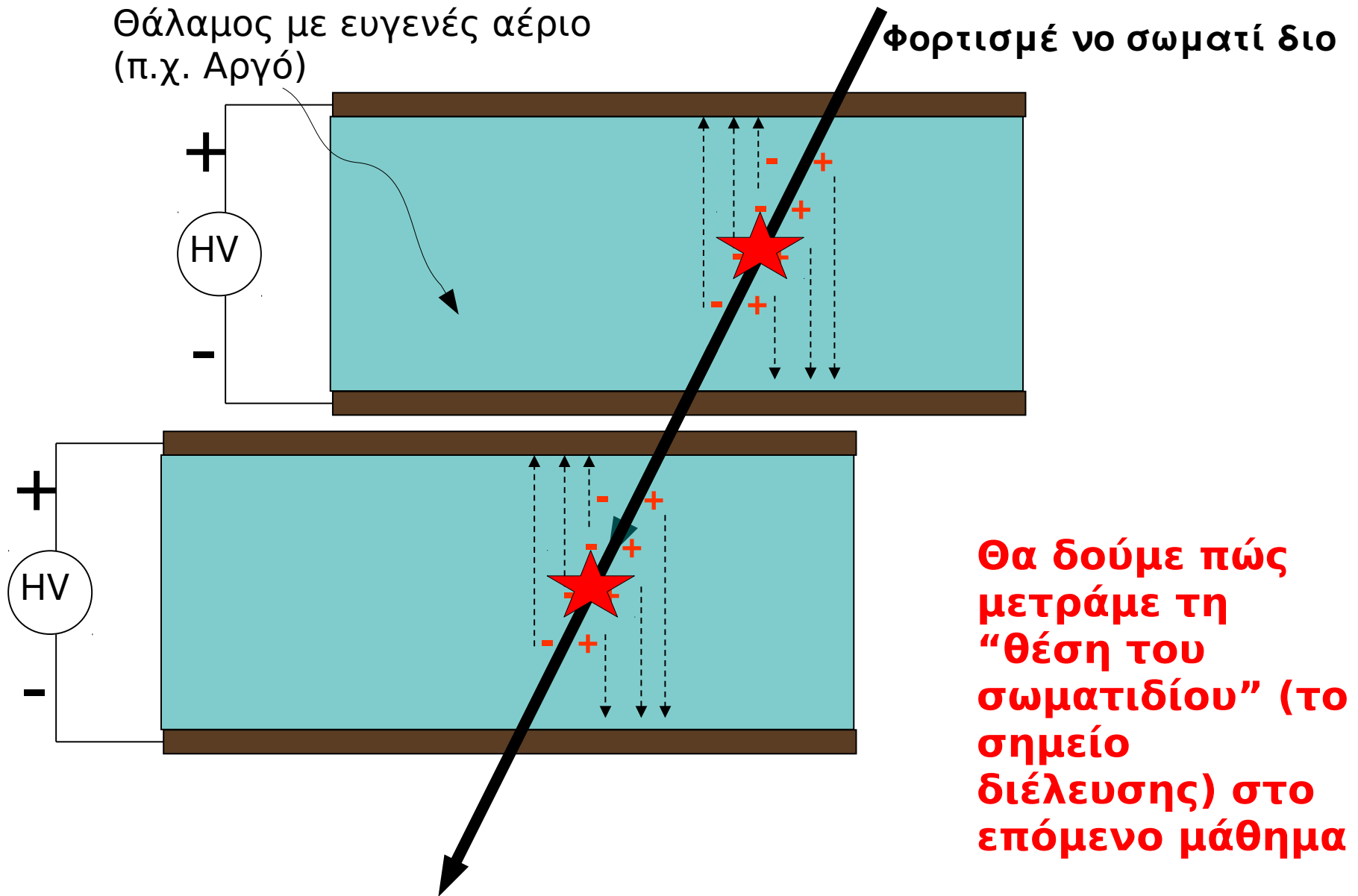
Ανίχνευση σωματιδίων

Η ανίχνευση των σωματιδίων βασίζεται στην αλληλεπίδρασή τους με την ύλη που διασχίζουν



Φωτογραφικές πλάκες:
οι πρώτοι ανιχνευτές σωματιδίων

Ιχνηλασία (“tracking”) φορτισμένων σωματιδίων - Ιονισμός



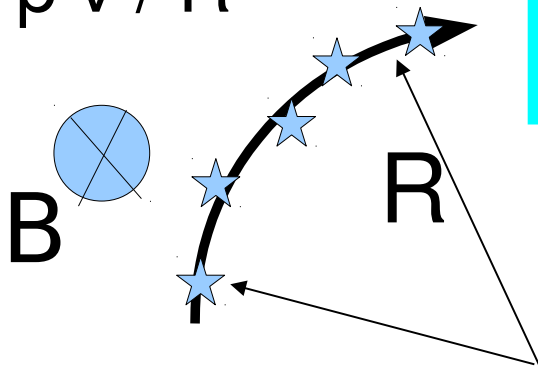
Μέτρηση ορμής φορτισμένου σωματιδίου

=> Μετρά με την ορμή p από την καμπύλωση R της τροχιάς φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο.

Η δύναμη Lorentz $|\mathbf{F}| = q v B$

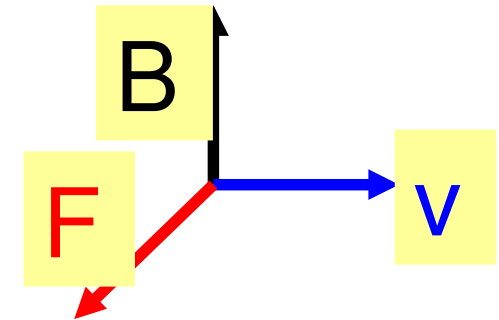
δίνει κεντρομόλο επιτάχυνση,

$$\alpha_{\text{ρα}}: \mathbf{F} = p v / R$$



Τροχιά φορτισμένου σωματιδίου

Ορμή $p = p_T = \eta$ συνιστώσα κάθετη στο μαγνητικό πεδίο

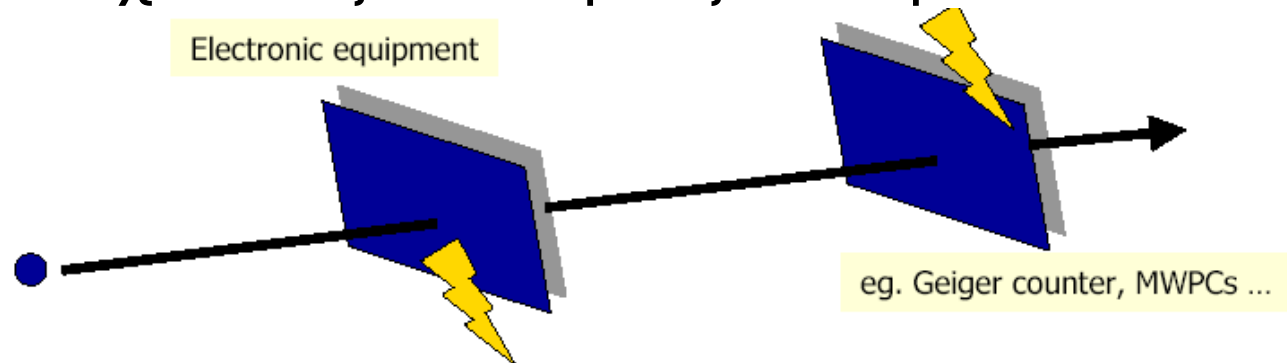


=> Όσο μεγαλύτερη η ορμή p του σωματιδίου, τόσο μεγαλύτερη η ακτίνα καμπύλωσης R της τροχιάς του

→ ~ευθείες τροχιές είναι από πολύ ενεργητικά σωματίδια!

Ιχνηλασία (tracking)

- Διέλευση από ανιχνευτές – συνήθως ιονισμού, αλλά και ημιαγωγών:

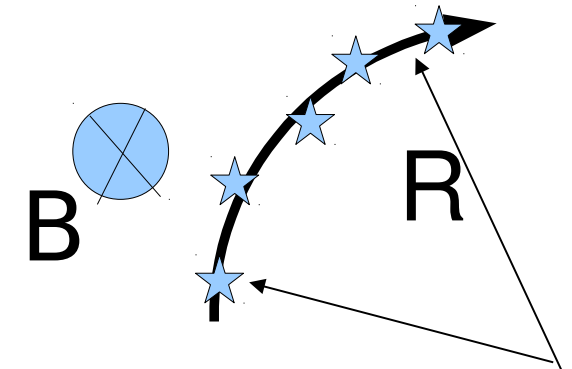


- Ανακατασκευάζουμε “το ίχνος” / “την τροχιά” του φορτισμένου σωματιδίου:

- Η δύναμη Lorentz δίνει κεντρομόλο επιτάχυνση, άρα:

$$F = q v B = p v / R$$

$$\rightarrow \mathbf{p} = 0.3 \mathbf{B} R$$



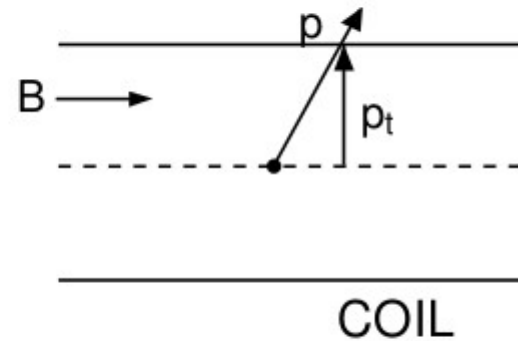
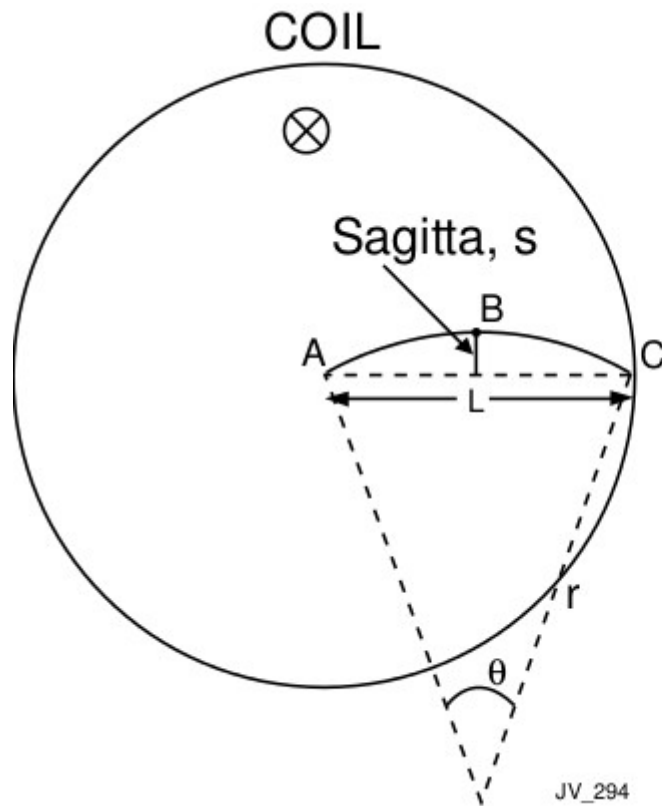
p σε GeV/c, B σε Tesla, R σε m

Ορμή $p = p_T = \eta$ συνιστώσα κάθετη στο μαγνητικό πεδίο

1α.
Μέτρηση της ορμής από την
καμπύλωση σε μαγνητικό πεδίο
και
αρκίβεια στη μέτρηση της ορμής

Η ορμή μετριέται από την ακτίνα καμπύλωσης

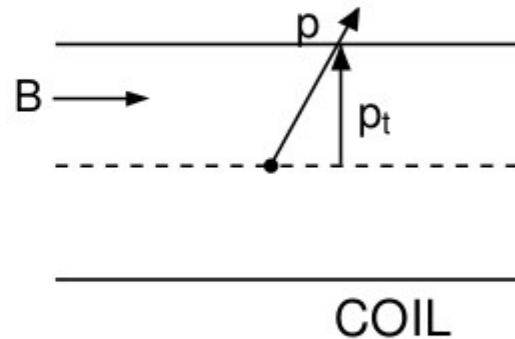
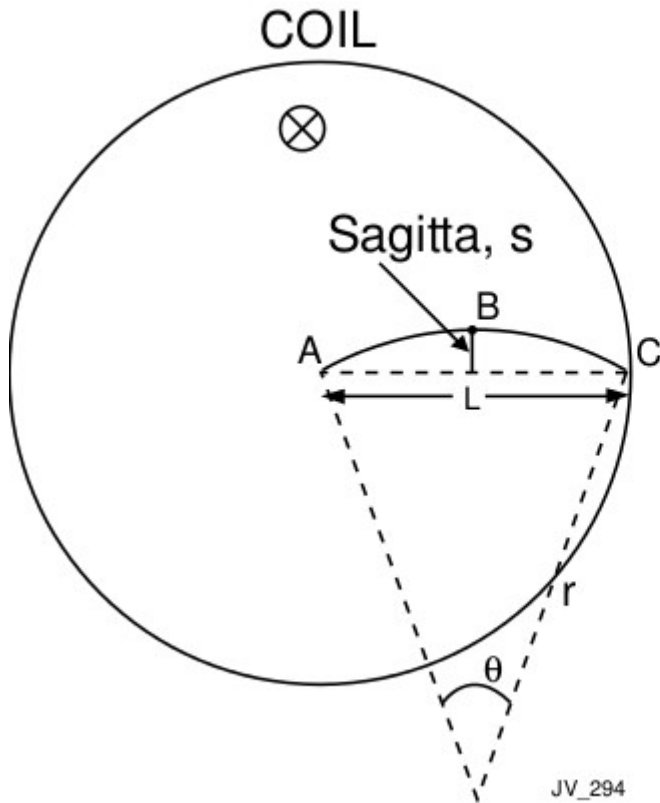
$$r = \frac{P_T}{0.3B}$$



$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{L}{2r}$$

$$\text{Για } r \gg L : \quad \frac{\theta}{2} \approx \frac{L}{2r} \Rightarrow \theta \approx \frac{0.3BL}{P_T}$$

Η καμπύλωση μετριέται από την απόκλιση από την ευθεία τροχιά ("sagitta", s)



$$s = r - r \cos(\theta/2)$$

$$\approx r \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\theta^2}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{r\theta^2}{8} \approx \frac{0.3BL^2}{8p_T}$$

Με 3 σημεία μόνο (A, B, C στο διάγραμμα):

$$s = x_B - \frac{x_A + x_C}{2}$$

Αν όλα τα σημεία μετριοούνται με το ίδιο σφάλμα $\sigma(x)$:

$$(ds)^2 = \sigma^2(x) + \frac{\sigma^2(x)}{4} + \frac{\sigma^2(x)}{4} = \frac{3}{2} \sigma^2(x) \equiv \sigma_s^2$$

Οπότε:


$$\frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sigma_s}{s} = \frac{\sqrt{(3/2)} \sigma_x}{s} \rightarrow \frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_x \frac{8p_T}{0.3BL^2}$$

Ανάλογο της ορμής

Σχετικό σφάλμα στην ορμή

- Για N ισαπέχουσες μετρήσεις:
$$\frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sigma_x p_T}{0.3BL^2} \sqrt{\frac{720}{N+4}}$$

For example, $dp_T/p_T \approx 0.5\%$ for $p_T = 1 \text{ GeV}/c$, $L = 1\text{m}$, $B = 1\text{T}$, $\sigma_x = 200 \mu\text{m}$ and $N=10$. For the best momentum resolution $N/2$ points should be grouped at the centre and $N/4$ points at the two ends of the track. Then


$$\frac{dp_T}{p_T} = \frac{\sigma_x p_T}{0.3BL^2} \sqrt{\frac{256}{N}}$$

leading to an improvement in the momentum resolution by a factor of 0.6.

However in a real tracker the errors due to multiple scattering need to be included.

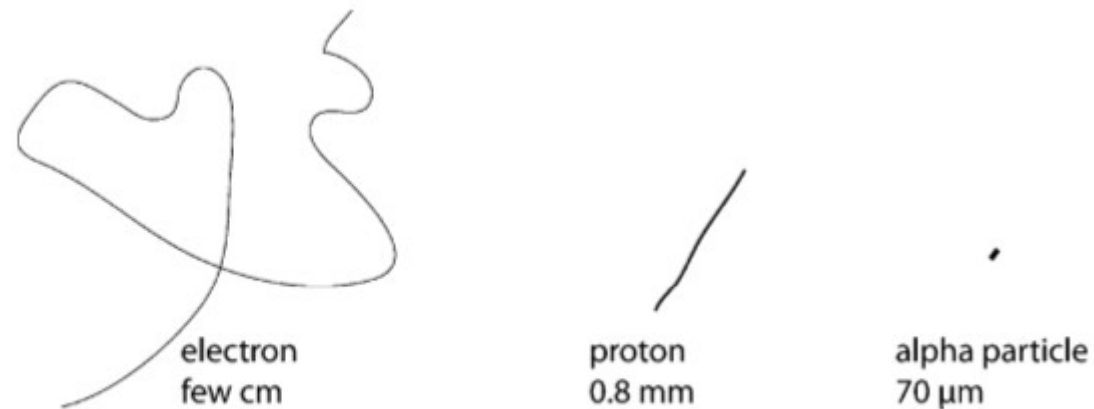
Η ακρίβεια στην ορμή δεν μπορεί όμως να γίνει απείρως μικρή, γιατί

όσο καλά κι αν μετρήσουμε την τροχιά ενός σωματιδίου, αυτό υπόκειται σε τυχαίες σκεδάσεις (multiple scattering)

**1β.
Απόκλιση τροχιάς λόγω πολλαπλών
σκεδάσεων (multiple scattering)
και
ελάχιστη ακρίβεια στη μέτρηση της
ορμής**

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering)

Fig. 2.9 A typical trajectory for an electron, a proton and an alpha particle of 10 MeV in silicon. The electron trajectory is drawn on a scale 10 times smaller than the trajectory of the proton and the alpha particle



Για συγκεκριμένη ενέργεια σωματιδίου, όπως στο σχήμα:
το βαρύτερο σωματίδιο έχει πολύ μικρότερη ταχύτητα
→ πολύ μεγαλύτερο dE/dx
→ πολύ μικρότερη μέση ελεύθερη διαδρομή.

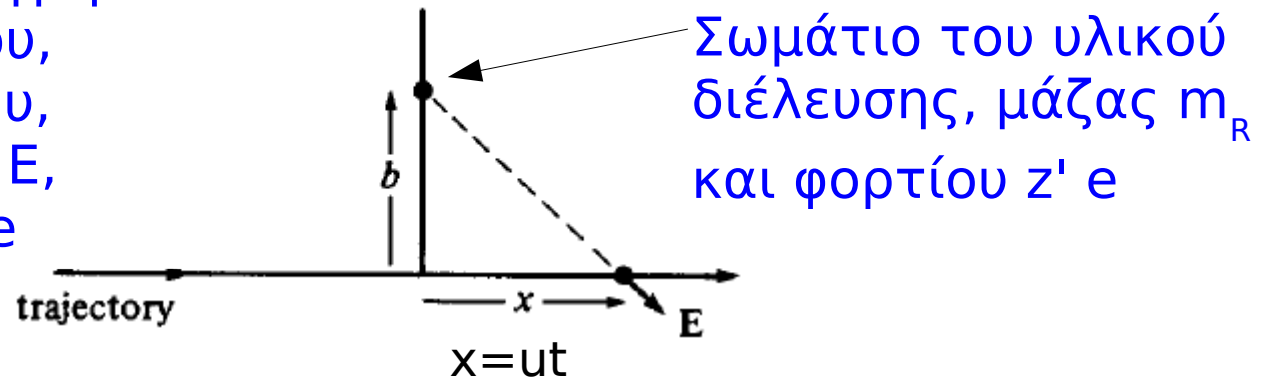
Επίσης, το βαρύτερο σωματίδιο δεν αλλάζει κατεύθυνση εύκολα.

Θυμηθείτε στη σκέδαση του σωματιδίου διέλευσης με ένα άτομο/ηλεκτρόνιο του υλικού:

Φορτισμένο σωματιδίο σκεδάζεται από ένα στοιχείο του υλικού: μεταβολή της ορμής του

Τροχιά γρήγορου σωματιδίου, ταχτητας v , ενέργειας E , φορτίου ze

$b = \text{impact parameter} = \text{παράμετρος κρούσης}$



$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(z'e)x}{(b^2 + x^2)^{3/2}}, \quad E_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(z'e)b}{(b^2 + x^2)^{3/2}}$$

Εξίσωση κίνησης: Δύναμη = $\frac{dp}{dt} = zeE$

Μεταβολή ορμής:

$$\Delta p_x = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_x dt \approx \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{vt dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = 0$$

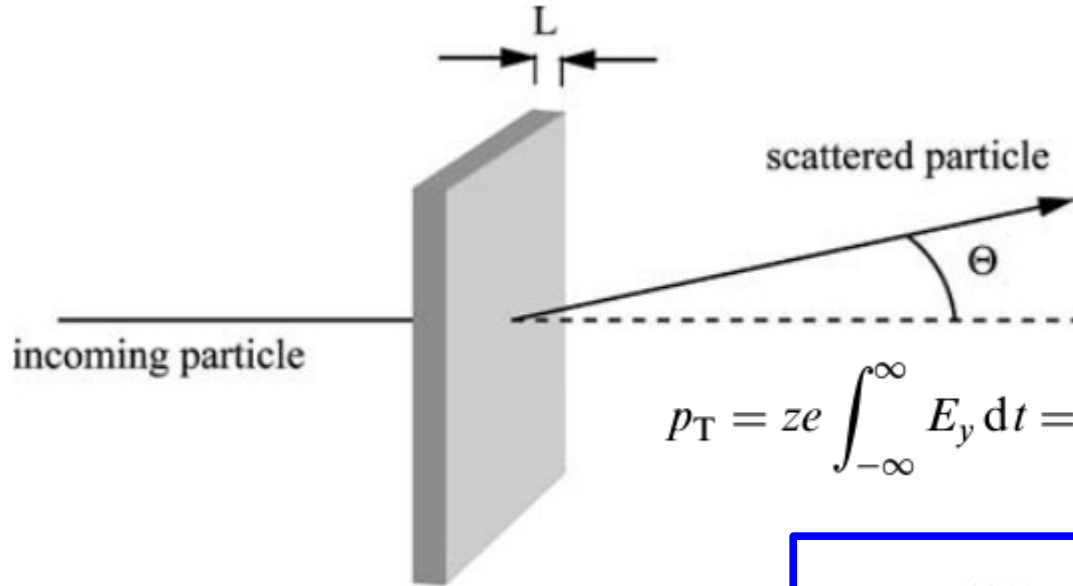
Δεν έχουμε συνολική μεταβολή ορμής κατά τον άξονα κίνησης

$$\Delta p_y = p_T \quad p_T = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_y dt = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bv} \rightarrow p_T \sim 1/v$$

Μεταβολή ορμής κάθετα στην κίνηση

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering) , 1

Απόδειξη: παράγραφος 13.2
Cottingham & Greenwood



$$p_T = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_y dt = - \left(\frac{zz' e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = - \left(\frac{zz' e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bv}$$

$\Delta\theta$: γωνία σε δύο διαστάσεις:
σε επίπεδο που περιέχει
την τροχιά του σωματιδίου

$$\Delta\theta \approx \frac{p_T}{p} = \left(\frac{zz' e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bpv}$$

Απόκλιση από την
αδιατάρακτη
τροχιά του:
- αντιστρόφως
ανάλογη της ορμής του

Επειδή z' είναι πολύ μεγάλο για τον πυρήνα ($z' = Z$) που ενεργεί ως όλον, ενώ το κάθε ατομικό ηλεκτρόνιο έχει $z' = 1$ και η συνεισφορά του στη σκέδαση είναι μικρή. Το αποτέλεσμα πολλών τυχαίων αποκλίσεων είναι το άθροισμα ανεξάρτητων όρων = το άθροισμα των τετραγώνων. Δηλαδή:
 $\langle \Delta\theta^2 \rangle$ από ηλεκτρόνια = $\sum (\Delta\theta_i \text{ ηλεκτρονίου})^2 < (z' |\Delta\theta_i \text{ ηλεκτρονίου}|)^2$

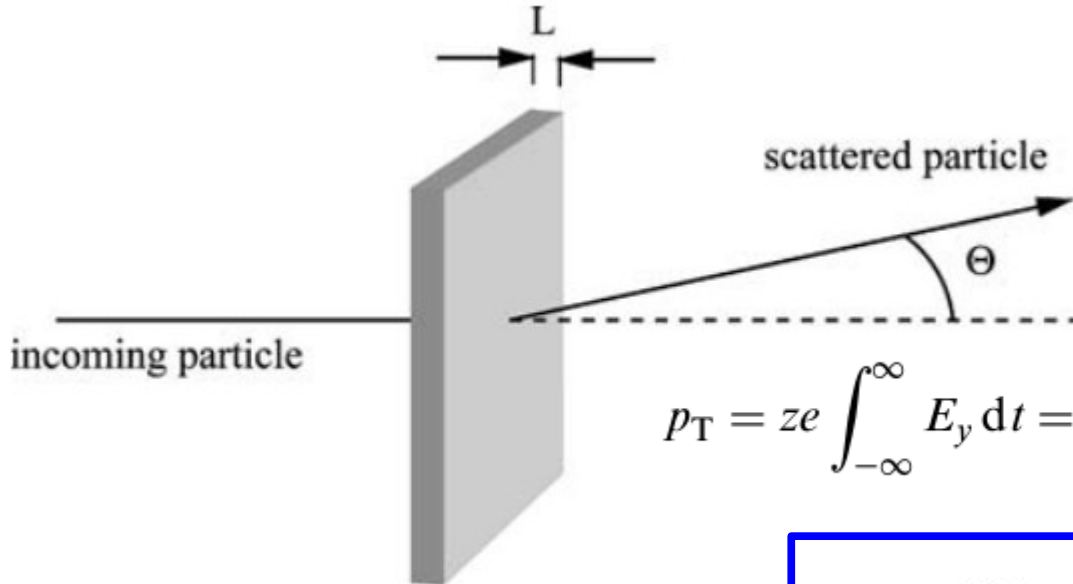
Επειδή $z' |\Delta\theta_i \text{ ηλεκτρονίου}| = \Delta\theta$ πυρήνα \rightarrow

$\sqrt{\langle \Delta\theta^2 \rangle}$ από ηλεκτρόνια $< \Delta\theta$ πυρήνα

Άρα τα ηλεκτρόνια απλά θωρακίζουν το φορτίο του πυρήνα

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering)

Απόδειξη: παράγραφος 13.2
Cottingham & Greenwood



$$p_T = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_y dt = - \left(\frac{zz' e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = - \left(\frac{zz' e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bv}$$

$\Delta\theta$: γωνία σε δύο διαστάσεις:
σε επίπεδο που περιέχει
την τροχιά του σωματιδίου

$$\Delta\theta \approx \frac{p_T}{p} = \left(\frac{zz' e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bpv}$$

Απόκλιση από την
αδιατάρακτη
τροχιά του:
- αντιστρόφως
ανάλογη της ορμής του

Τυχαίες αποκλίσεις , όπως π.χ., σ' ένα αέριο: η μέση $p_T = 0$

$$(\Delta p_T)^2 = \langle p_T^2 \rangle - \langle p_T \rangle^2 = \langle p_T^2 \rangle$$

[Σημείωση: Θυμάσε που στην κβανομηχανική το χρησιμοποιούμε κατά κόρον αυτό; $\Delta p_T = \text{sqrt}(\langle p_T^2 \rangle)$ και $\Delta x = \text{sqrt}(\langle x^2 \rangle)$]

Οπότε το αποτέλεσμα πολλών τυχαίων αποκλίσεων είναι
το άθροισμα ανεξάρτητων όρων = το άθροισμα των τετραγ

$$\overline{p_T^2} = \sum_i (p_T^i)^2$$

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering)

Διέλευση από πολλά άτομα, σε διαδρομή Δx :

Αν τα άτομα του υλικού είναι τυχαία κατανεμημένα στο χώρο γύρω από την τροχιά του σωματιδίου, ο αριθμός ατόμων που περιέχονται σε κυλινδρικό όγκο ακτίνας b , πάχους db και μήκους dx θα είναι:

$$= (\rho * b * 2\pi * db * \Delta x) / m_a$$

Όπου m_a είναι η μάζα του κάθε ατόμου (προσέγγιστικά: $m_a = A \text{ amu}$).

Οπότε:

$$\overline{p_T^2} = \frac{2\pi\rho}{m_a} \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{4}{v^2} \int \frac{db}{b} \Delta x$$

Πάλι: ποιά είναι τα όρια της ολοκλήρωσης;

bmin ~ διαστάσεις πυρήνα

bmax ~ διαστάσεις ατόμου (αν γίνει πολύ μεγαλύτερο, έχουμε αμεληταίο $\Delta\theta$)

Οπότε:

Hence we have, roughly, $\int db/b \approx \ln(\text{\AA}/\text{fm}) \approx 10$, and the mean squared deflection in a path length Δx is given by

$$\overline{\theta^2} \approx \frac{\overline{p_T^2}}{p^2} \approx (3 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \text{ MeV}^2) \frac{\rho \Delta x Z^2 z^2}{(pv)^2 A}$$

Οπότε: η επίδραση των πολλαπλών σκεδάσεων μεγαλώνει με το Z του υλικού.

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering)

Διέλευση από πολλά άτομα, σε διαδρομή Δx :

Hence we have, roughly, $\int db/b \approx \ln(\text{\AA}/\text{fm}) \approx 10$, and the mean squared deflection in a path length Δx is given by

$$\overline{\theta^2} \approx \frac{\overline{p_T^2}}{p^2} \approx (3 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \text{ MeV}^2) \frac{\rho \Delta x Z^2 z^2}{(pv)^2 A}$$

Οπότε: η επίδραση των πολλαπλών σκεδάσεων μεγαλώνει με το Z του υλικού.

Για βαριά σωματίδια $pv = 2 * \text{Κινητική Ενέργεια} = 2 T$
Ενώ για πολύ ελαφρά (π.χ. ηλεκτρόνια) έχουμε $pv = T$

Οπότε, σε πρώτη προσέγγιση:
για ίδιας κινητικής ενέργειας σωματίδια έχουμε την ίδια μέση απόκλιση λόγω πολλαπλών σκεδάσεων.

Πολλαπλή σκέδαση (Multiple scattering)

Διέλευση από πολλά άτομα, σε διαδρομή Δx :

Αν τα άτομα του υλικού είναι τυχαία κατανεμημένα στο χώρο γύρω από την τροχιά του σωματιδίου, ο αριθμός ατόμων που περιέχονται σε κυλινδρικό όγκο ακτίνας b , πάχους db και μήκους dx θα είναι:

$$= (\rho * b * 2\pi * db * \Delta x) / m_a$$

Όπου m_a είναι η μάζα του κάθε ατόμου (προσέγγιστικά: $m_a = A \text{ amu}$).

Οπότε:

$$\overline{p_T^2} = \frac{2\pi\rho}{m_a} \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{4}{v^2} \int \frac{db}{b} \Delta x$$

Πάλι: ποιά είναι τα όρια της ολοκλήρωσης;

bmin ~ διαστάσεις πυρήνα

bmax ~ διαστάσεις ατόμου (αν γίνει πολύ μεγαλύτερο, έχουμε αμεληταίο $\Delta\theta$)

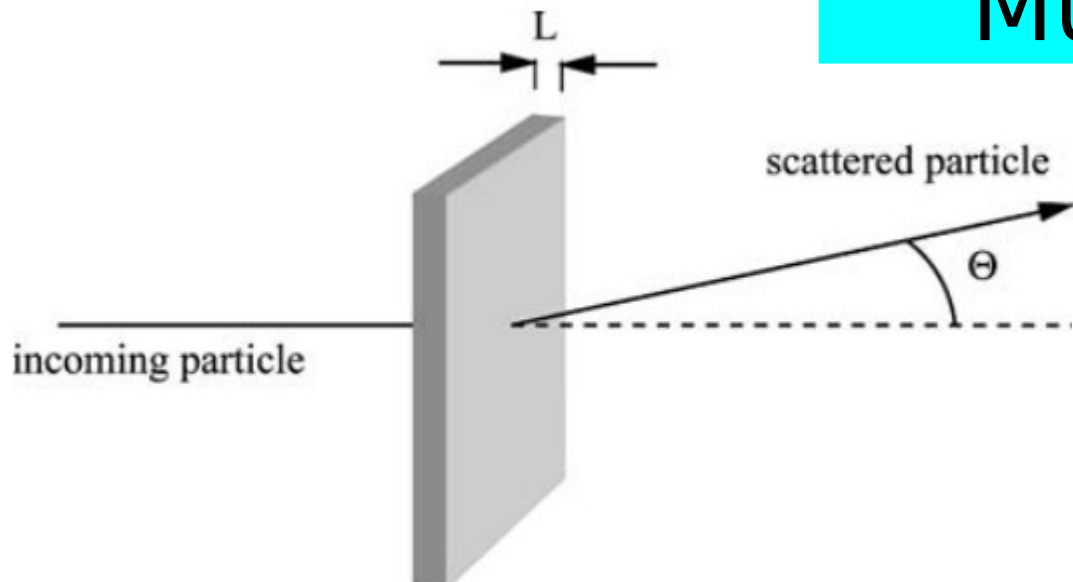
Οπότε:

Hence we have, roughly, $\int db/b \approx \ln(\text{\AA}/\text{fm}) \approx 10$, and the mean squared deflection in a path length Δx is given by

$$\overline{\theta^2} \approx \frac{\overline{p_T^2}}{p^2} \approx (3 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \text{ MeV}^2) \frac{\rho \Delta x Z^2 z^2}{(pv)^2 A}$$

Οπότε: η επίδραση των πολλαπλών σκεδάσεων μεγαλώνει με το Z του υλικού.

Multiple scattering



Θ : γωνία στον τρισδιάστατο χώρο (3D)

RMS της κατανομής γωνιών σε 3D

$$\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} = \frac{Z}{Pc\beta} (20 \text{ MeV}) \sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

$$\frac{1}{X_0} \approx 4\alpha r_0^2 \frac{\rho N_A}{A_r} Z_{\text{nucl}} (1 + Z_{\text{nucl}}) \ln \left(\frac{183}{\sqrt[3]{Z_{\text{nucl}}}} \right)$$

Θ = scattering angle relative to the incoming particle in radians

P = momentum of the incoming particle

X_0 = radiation length of the material

N_A = Avogadro's number

α = fine structure constant ($\alpha \approx 1/137$)

r_0 = classical electron radius ($2.82 \cdot 10^{-15} \text{ m}$)

Απόκλιση από την αδιατάρακτη τροχιά του:

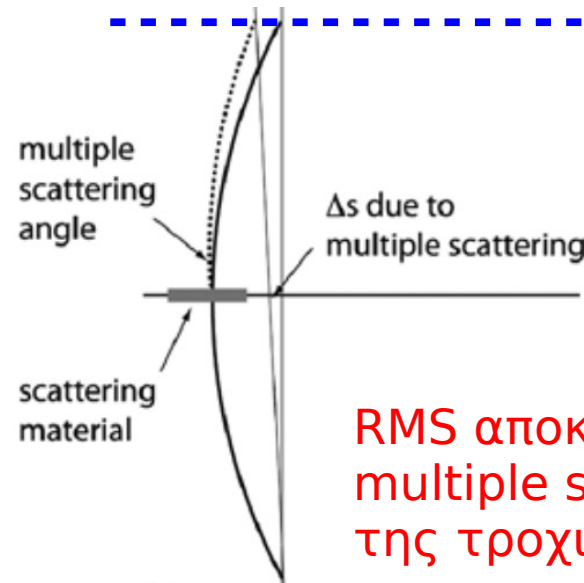
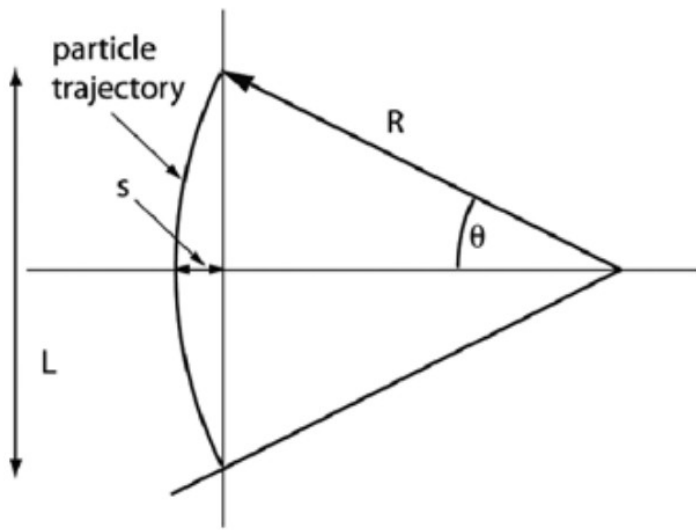
- αντιστρόφως ανάλογη της ορμής του
- ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα του πόσα radiation lengths διασχίζει

Notice that Θ represents the angle in space. The symbol Θ_p represents the angle projected on a plane containing the direction of the incoming particle. These two quantities are related by

Θ_p : γωνία σε ένα επίπεδο (δύο διαστάσεις, 2D) που περιέχει την τροχιά του σωματιδίου

RMS της κατανομής γωνιών 2D: $\sqrt{\langle \Theta_p^2 \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\langle \Theta^2 \rangle}$

Επίδραση του multiple scattering στη μέτρηση της ορμής



Επίπεδο εξόδου του σωματιδίου από το χώρο μέτρησης της τροχιάς του

RMS γωνιακών αποκλίσεων από multiple scattering:

$$\sqrt{\langle \theta_p \rangle^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{Z}{\beta P c} (0.02 \text{ GeV}) \sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

$$\approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta p c} Z_{inc} \sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

RMS αποκλίσεων της sagita λόγω multiple scattering στο μέσον της τροχιάς:

$$[\sigma \{s\}]_{MS} = \frac{L}{4} \sqrt{\langle \theta_p \rangle^2}$$

Για σκεδάσεις σε όλο το μήκος της τροχιάς:

$$[\sigma \{s\}]_{MS} = \frac{L}{4\sqrt{3}} \sqrt{\langle \theta_p \rangle^2}$$

Οπότε το σχετικό σφάλμα στη sagita, και άρα και στην εγκάρσια ορμή είναι:

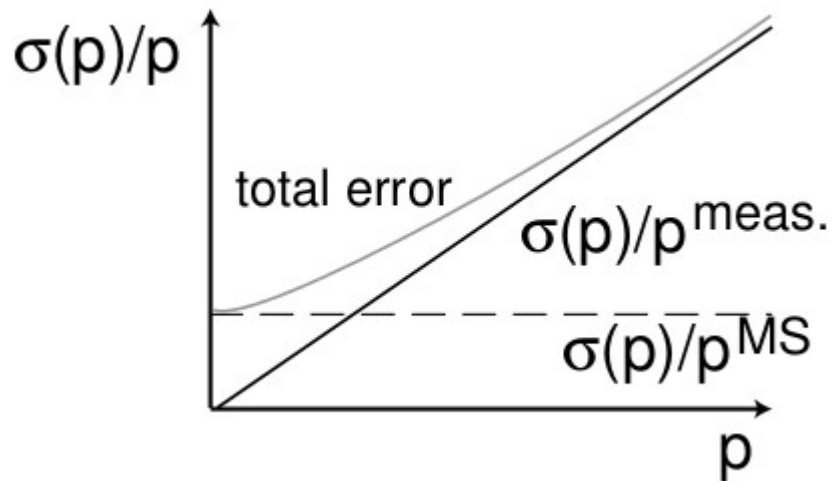
$$\left[\frac{\sigma \{P\}}{P} \right]_{MS} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{0.02}{0.3} \frac{1}{L[\text{m}]B[\text{tesla}] \beta} \sqrt{\frac{L}{X_0}}$$

Ανεξάρτητο της ορμής!!

$$\frac{\sigma_{s_{ms}}}{s} = \frac{dp}{p} \Big|_{ms} \stackrel{\beta \sim 1}{\approx} 0.05 \frac{1}{B \sqrt{L X_0}} \text{ since } s = \frac{0.3 B L^2}{8 p}$$

Σχετική ακρίβεια μέτρησης ορμής

Από καμπύλωση:



$$\sigma(p_T)/p_T = \text{const} * p_T$$

→ όσο μεγαλύτερη η ορμή,
τόσο πιο ανακριβής (%)
η μέτρησή της

Από multiple scattering:

$$\sigma(p_T)/p_T = \text{const}$$

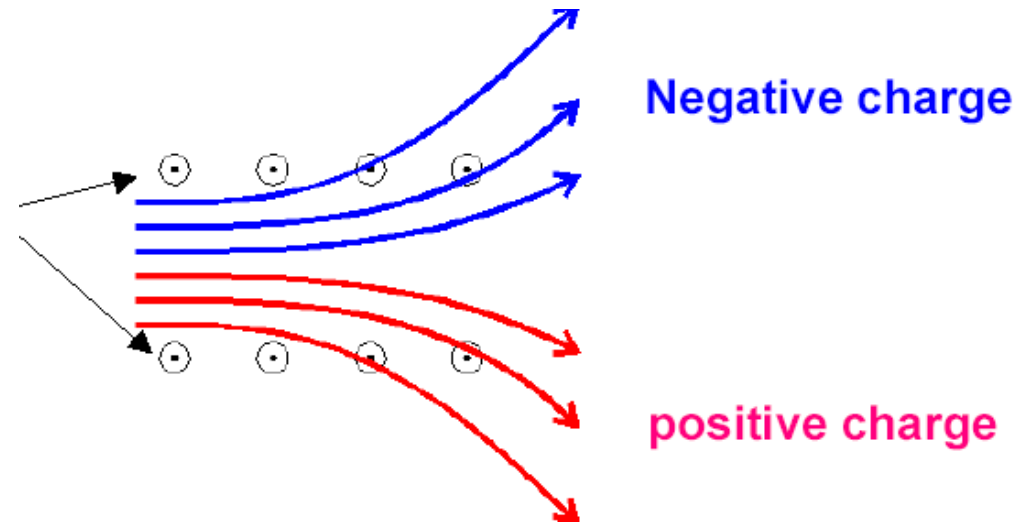
→ ανεξάρτητο της ορμής

Ιχνηλασία (tracking) – άλλες μετρήσεις

- **Μέτρηση φορτίου:**

Το μαγνητικό πεδίο εκτός του επιπέδου.

Τα θετικά και τα αρνητικά φορτισμένα σωματρία αποκλίνουν προς διαφορετικές κατευθύνσεις



- **Μέτρηση χρόνου ζωής**

από τη μέτρηση του διαστήματος πτήσης, L , ενός σωματιδίου πριν τη διάσπασή του, και τη μέτρηση της ορμής του:

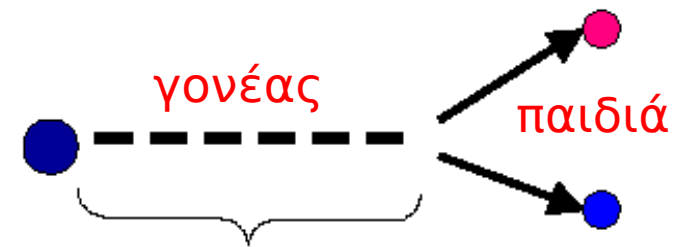
– length $L = \beta \gamma t c$, $pc/E = \beta$, $E/mc^2 = \gamma \rightarrow \beta\gamma = pc/mc^2$

– \mathbf{p} (αόρατου γονέα) = $\Sigma \mathbf{p}$ (παιδιών) , με ομές \mathbf{p} ως διανύσματα

– E (αόρατου γονέα) = ΣE (παιδιών)

– $t=L / \beta\gamma c = Lmc/p$,

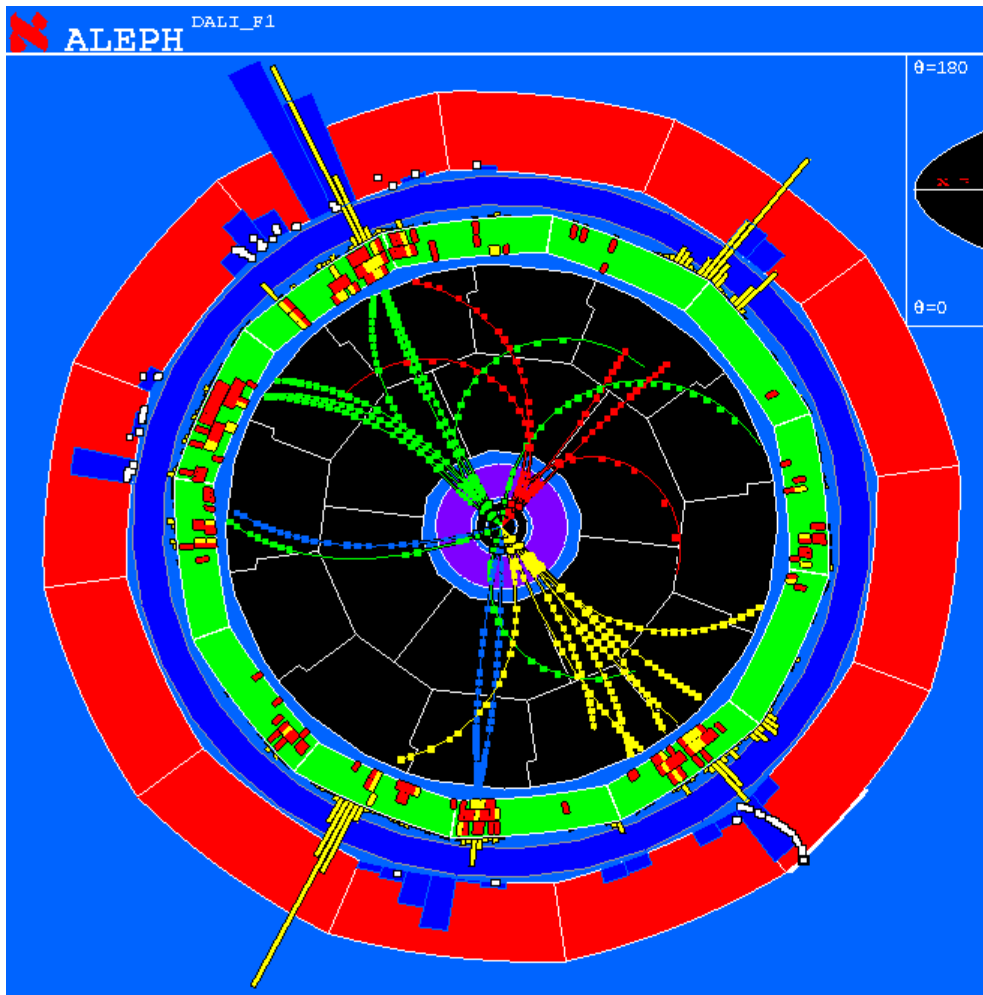
και πιθανότητα διάσπασης $\sim e^{-(t/\tau)}$



Εύρεση σημείου διάσπασης και ορμές από την ακριβή ιχνηλασία των προϊόντων

2. Ταυτοποίηση σωματιδίων

Particle identification from energy loss



Measure momentum by curvature of the particle track.

Find **dE/dx** by measuring the deposited charge along the track.

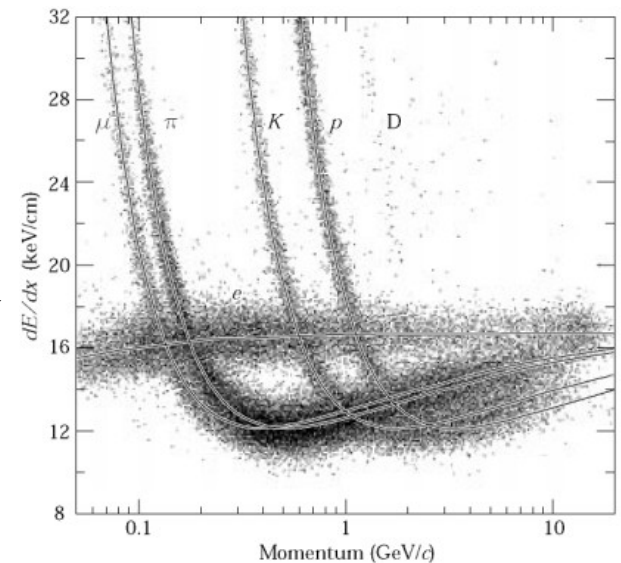
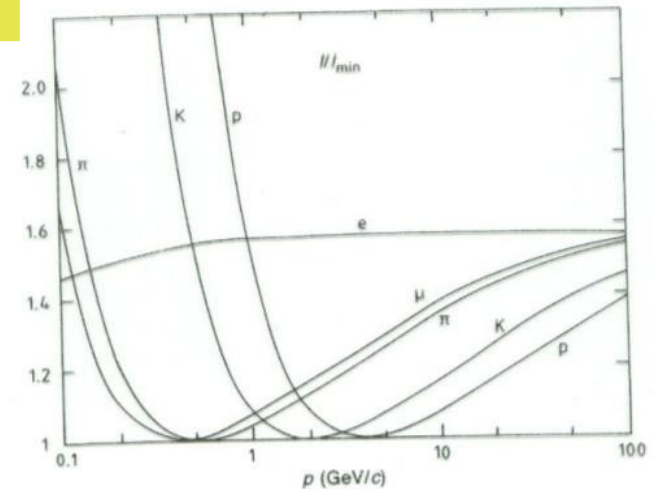
→ **Particle Identification** (“particle ID”)

Particle identification from energy loss

dE/dx εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου.
Αν γνωρίζουμε την ορμή του, ξέρουμε και τη μάζα του

- Energy loss depends on the particle velocity and is \approx independent of the particle's mass M .
- The energy loss as a function of particle momentum $P = Mc\beta\gamma$ IS however depending on the particle's mass
- By measuring the particle momentum (deflection in the magnetic field) and measurement of the energy loss one can measure the particle mass

→ Particle Identification !



$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = -4\pi r_e^2 m_e c^2 Z_1^2 \frac{p^2 + M^2 c^2}{p^2} N_A \frac{Z}{A} \left[\ln \frac{2m_e c^2 F}{I} \frac{p^2}{M^2 c^2} - \frac{p^2}{p^2 + M^2 c^2} \right]$$

Partiticle identification by **Time of Flight**

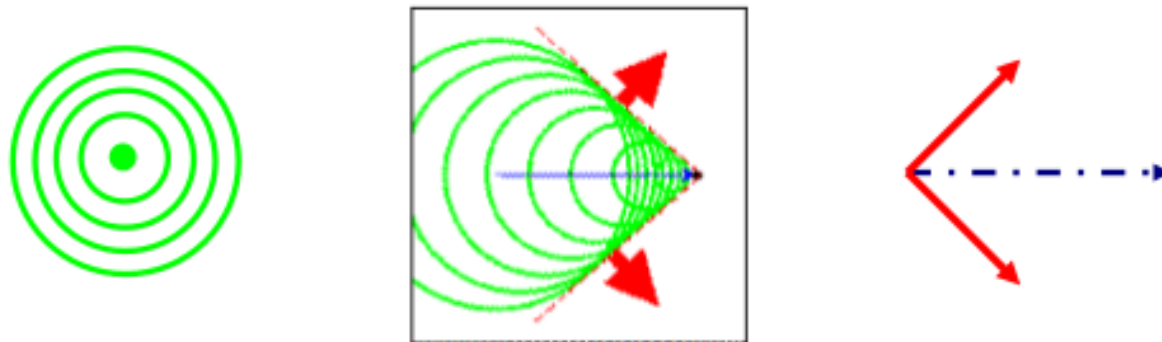
- **Μέτρηση χρόνου πτήσης** (t) ενός σωματιδίου σε γνωστή απόσταση (L)
 - π.χ., από την δημιουργία του στο σημείο της σύγκρουσης, όταν ξέρουμε τη στιγμή που έγινε η σύγκρουση,
 - εως να φτάσει και να αφήσει σήμα σ' έναν σπινθηριστή (scintillator)
- **Μέτρηση της ορμής** (p) του από την καμπύλωση της τροχιάς του σε μαγνητικό πεδίο
- **Οπότε ξέροντας το χρόνο και το μήκος πτήσης και την ορμή, βρίσκουμε τη μάζα του → ταυτοποίηση** (πχ., πiónιο, πρωτόνιο): το μήκος πτήσης (L) συνδέεται με χρόνο πτήσης (t), ορμή (p) και μάζα (m):

$$L = t \cdot \beta / c = t \cdot p / E = t \cdot p / \sqrt{p^2 + m^2} = \mathbf{t / \sqrt{1 + (m/p)^2}}$$

Cerenkovon (από Τ. Λιόλιο) (1/4)

Ακτινοβολία Cerenkovon

- Εκπέμπεται μόνο από φορτισμένα σωματίδια
- Εκπέμπεται μόνο όταν η ταχύτητα του σωματιδίου είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσον
- Το μέτωπο της ακτινοβολίας είναι κωνικού σχήματος



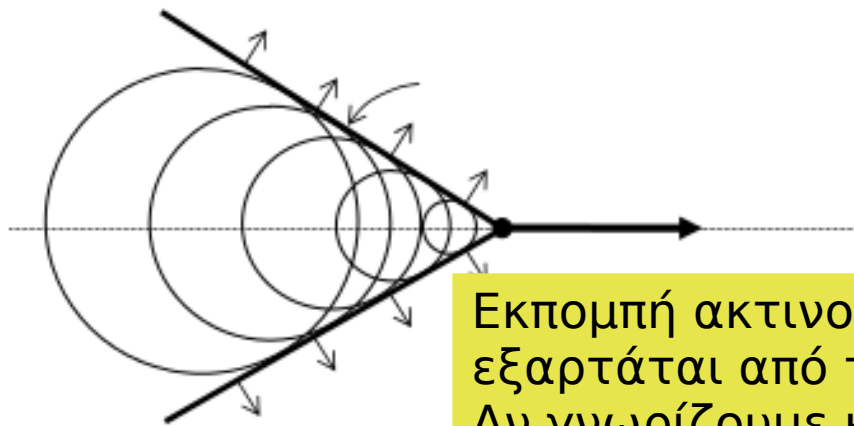
Το γωνιακό άνοιγμα του κώνου εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου. Άρα, η πληροφορία που δίνουν οι ανιχνευτές Cerenkovon είναι η ταχύτητα του σωματιδίου.

✉ Ορμή (mv) και ταχύτητα (v) \Rightarrow μάζα σωματιδίου

Cerenkov (2/4): εκπομπή όταν ταχύτητα > όριο Cerenkov

Ακτινοβολία Cerenkov

- Ακτινοβολία Cerenkov εκπέμπεται όταν φορτισμένο σωματίδιο διέλθει μέσα από διηλεκτρικό μέσο με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσον.
- Ο κώνος της ακτινοβολίας δημιουργείται από την εποικοδομητική συμβολή των επιμέρους φωτεινών κυμάτων και αποτελεί ισοφασική επιφάνεια.



Εκπομπή ακτινοβολίας Cerenkov εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου. Αν γνωρίζουμε και την ορμή του, ξέρουμε ότι **μάζα < ανώτερο_όριο_μάζας_για_εκπομπή**

- Συνθήκη εκπομπής ακτινοβολίας Cerenkov:

$$v \geq v_{\varphi} \Rightarrow \frac{v}{c} \geq \frac{v_{\varphi}}{c} \Rightarrow \beta \geq \frac{1}{n}$$

π.χ.

για το νερό:

$$n = 1,33$$

άρα:

$$\beta_{\min} = 0,7519$$

για τον αέρα:

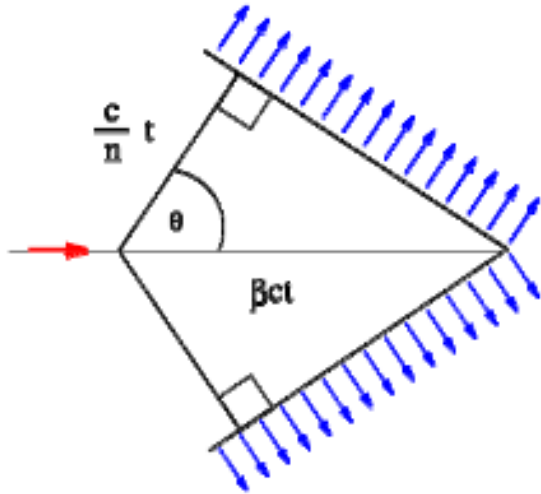
$$n = 1,000283$$

άρα:

$$\beta_{\min} = 0,9997$$

Cerenkov (3/4): γωνία εκπομπής → μέτρηση ταχύτητας

Εκπομπή όταν $\beta > 1/n$, σε γωνία $\cos\theta = 1/\beta n$



- Η γωνία εκπομπής θ της ακτινοβολίας Cerenkov, σε δεδομένο μέσο, εξαρτάται μόνο από την ταχύτητα u του σωματιδίου:

$$\cos\theta = \frac{v_{\phi}t}{vt} = \frac{v_{\phi}}{v} = \frac{c/n}{v} = \frac{c}{vn} = \frac{1}{\beta n}$$

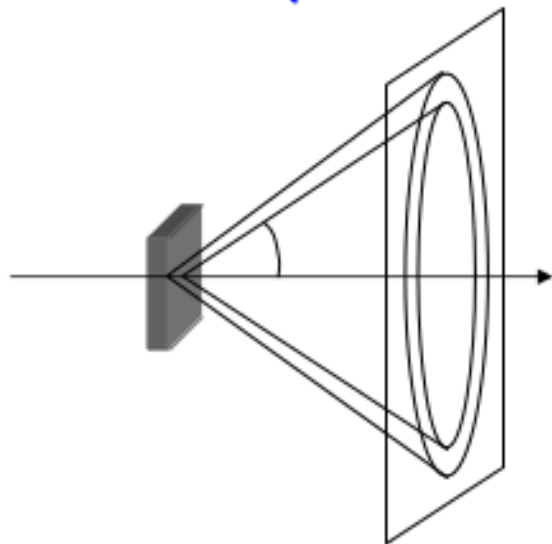
π.χ. για το νερό:

$$\beta(\min) = 0,7519 \quad \text{άρα } \theta(\max) = 41,25^{\circ}$$

για τον αέρα:

$$\beta(\min) = 0,9997 \quad \text{άρα } \theta(\max) = 1,36^{\circ}$$

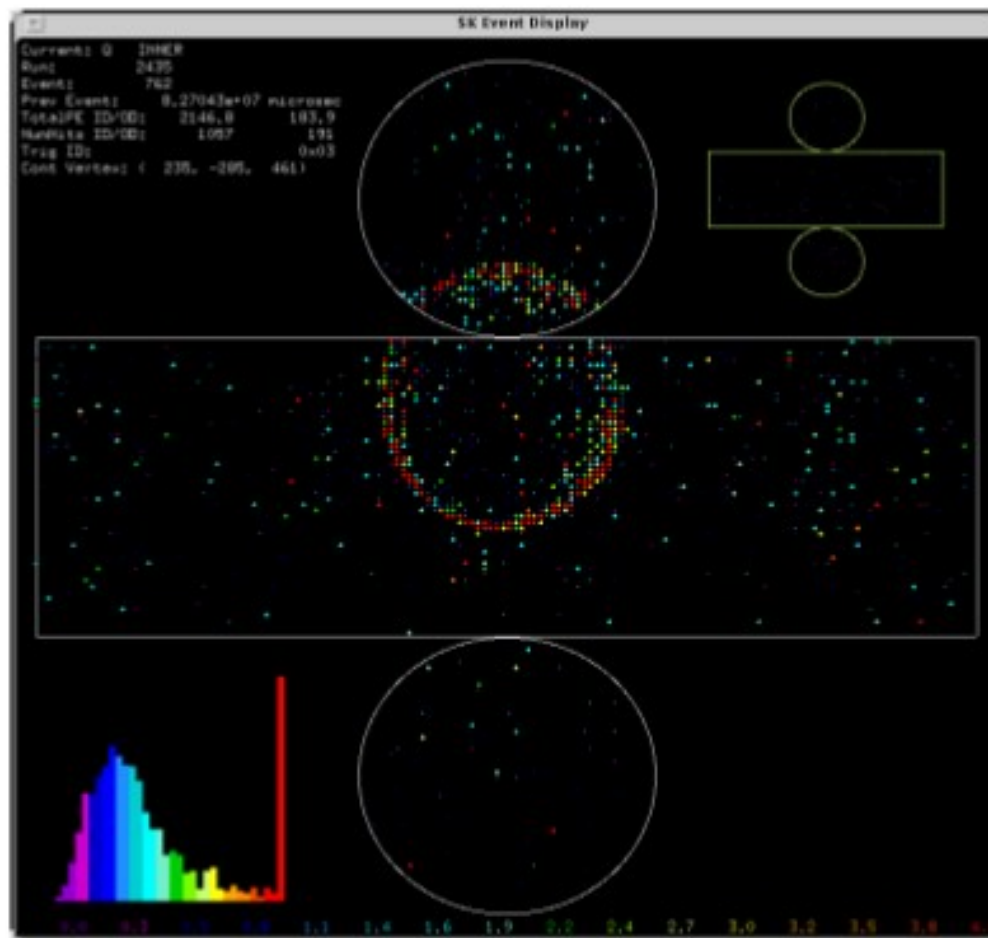
- Όταν η ακτινοβολία Cerenkov προσπίπτει σε πέτασμα κάθετο στην τροχιά του σωματιδίου, δημιουργεί **κυκλικό δακτύλιο**, το μέγεθος του οποίου εξαρτάται από την ταχύτητα u του σωματιδίου και την απόσταση του πετάσματος.



Γωνία εκπομπής ακτινοβολίας Cerenkov → ταχύτητα του σωματιδίου.
Αν γνωρίζουμε και την ορμή του, ξέρουμε **τη μάζα του**

Cerenkov (4/4)

Cerenkov rings



Cerenkov – κατωφλίου

Table 2: Parameters for some selected Cherenkov radiators.

Medium	n-1	θ_{\max}	$\pi_{\text{thr}}(p)$ GeV/c	N_{γ} (eV ⁻¹ cm ⁻¹)
Air	1.000283	1.36°	5.9	0.21
Isobutane	1.00217	3.77°	2.12	0.94
Aerogel	1.0065	6,51°	1.23	4.7
Aerogel	1.055	18.6°	0.42	37.1
Water	1.33	41.2°	0.16	160.8
Quartz	1.46	46.7°	0.13	196.4

$$\sin^2 \theta_c = 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} = 1 - \frac{1}{n^2} \left(1 + \frac{m^2}{p^2} \right)$$

An example of the use of threshold Cherenkov counters comes from BaBar experiment at SLAC [21]. Two aerogel radiators are used: A1 with n=1.055 and A2 with n=1.0065 leading to the following conditions (Fig. 26) :

- p > 0.4 GeV/c, π in A1 give light,
- p > 1.2 GeV/c, π in A1 and A2 give light,
- p > 1.4 GeV/c, K in A1 give light,
- p > 4.2 GeV/c, K in A1 and A2 give light.

Hence π/k separation can be obtained in the range below 4.2 GeV/c which is adequate for the study of CP violation in BaBar.

Cerenkov - RICH

$$\sin^2 \theta_c = 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} = 1 - \frac{1}{n^2} \left(1 + \frac{m^2}{p^2} \right)$$

The angle θ_c is given by:

$$\theta_c = \cos^{-1} \left(\frac{1}{\beta n} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{E}{pc} \frac{1}{n} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{pc} \frac{1}{n} \right)$$

The error in the measurement of the angle is minimized by minimizing the error on the localization of a photo-conversion, σ_θ , and maximizing the number of photo-electrons, N_{pe} . Two particles with masses m_1 and m_2 can be distinguished by n_σ up to a momentum p given by

$$p = \frac{1}{\sqrt{n_\sigma}} \sqrt{\frac{(m_2^2 - m_1^2) \sqrt{N_{pe}}}{2 \tan \theta \times \sigma_\theta^{pe}}}$$

As an example π/K can be separated up to 75 GeV/c at a 3σ level for $N=20$ pe, $\sigma_\theta=1$ mrad and $\theta=31$ mrad (CF_4).