

Επιταχυντές - Ανιχνευτές

Κ.Κορδάς

Ανιχνευτές : Μάθημα 2

Αλληλεπίδραση ακτινοβολίας με την ύλη.

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Επιταχυντές & Ανιχνευτές 8ου εξαμήνου, Α.Π.Θ

Τι θα συζητήσουμε

- Αλληλεπίδραση ακτινοβολίας/σωματιδίων με την ύλη
 - Σχετικά βαριά φορτισμένα σωματίδια
 - Ηλεκτρόνια
 - Φωτόνια

Από κεφάλαιο 13, βιβλίου πυρηνικής 5ου εξαμήνου, Cottingham & Greenwood

- Ταυτοποίηση σωματιδίων

Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων - Πολύπλοκα πειράματα

Συνέργεια πολλών:

- Δέσμες σωματιδίων
- Ανιχνευτές
- Ηλεκτρονικά
- Υπολογιστές

Πειράματα στο CERN:

- πειράματα στο LEP:
 - > 300 άτομα
- πειράματα στο LHC:
 - > 2000 άτομα (φυσικοί, μηχανικοί, τεχνικοί)

Επιταχυντές δεσμών
Σωματιδίων

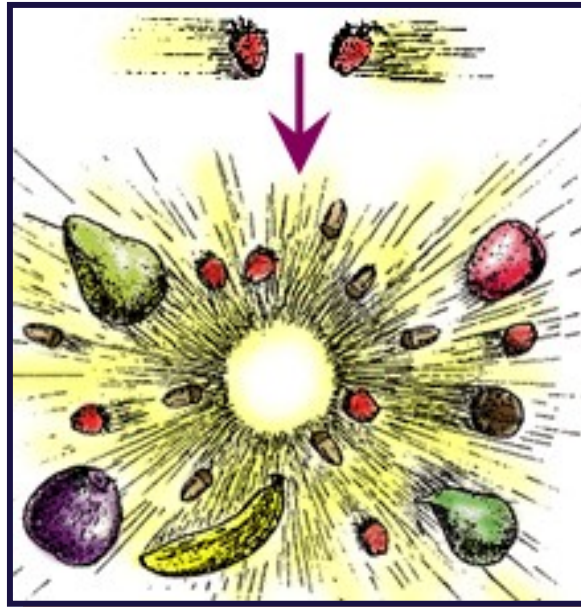
Ανιχνευτική Διάταξη

Συλλογή Δεδομένων

Ανάλυση Δεδομένων

Φυσική - Νέα
Γνώση

Για να μάθουμε κάτι από τις συγκρούσεις που παρέχει ο επιταχυντής, Χρειαζόμαστε Ανιχνευτές



Σκοπός:

- Να μετρήσουμε την ενέργεια και την ορμή των σωματιδίων που παράγονται στις συγκρούσεις
- Να ταυτοποιήσουμε το είδος των σωματιδίων

Αλλα πώς;

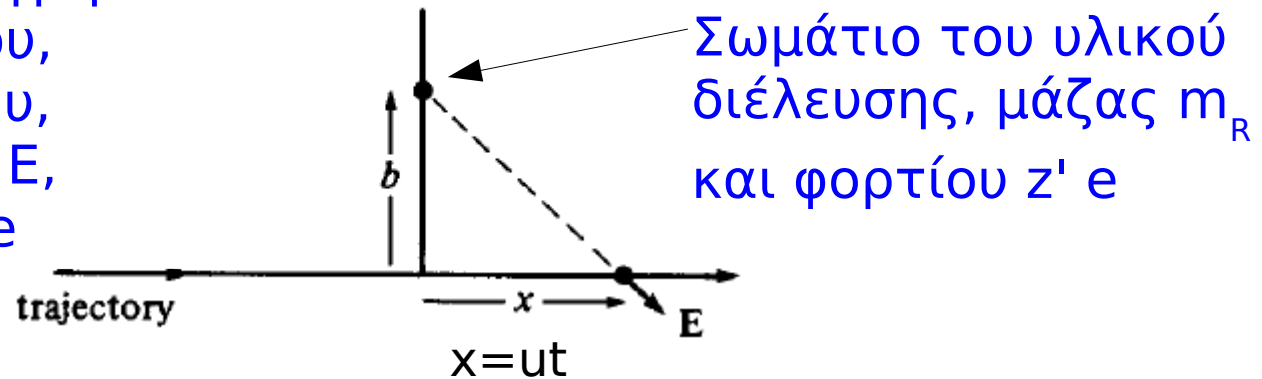
1. Αλληλεπίδραση σωματιδίων με την ύλη:

dE/dx από διεγέρσεις και ιονισμούς
(Bethe-Bloch)

Φορτισμένο σωματιδίο χάνει ενέργεια διαπερνώντας την ύλη (1): μεταβολή της ορμής του

Τροχιά γρήγορου σωματιδίου, ταχτητας v , ενέργειας E , φορτίου ze

$b = \text{impact parameter} = \text{παράμετρος κρούσης}$



$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(z'e)x}{(b^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad E_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(z'e)b}{(b^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Εξίσωση κίνησης: Δύναμη = $\frac{dp}{dt} = zeE$

Μεταβολή ορμής:

$$\Delta p_x = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_x dt \approx \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{vt dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

Δεν έχουμε συνολική μεταβολή ορμής κατά τον άξονα κίνησης

$$\Delta p_y = p_T \quad p_T = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_y dt = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bv} \rightarrow p_T \sim 1/v$$

Μεταβολή ορμής κάθετα στην κίνηση

Φορτισμένο σωματιδίο χάνει ενέργεια διαπερνώντας την ύλη (2): απώλεια ενέργειας σε ένα άτομο υλικού

Θεωρώντας το “ακίνητο” σωματίο: αποκτά ορμή $-p_T$.

Και κερδίζει κινητική ενέργεια: $(p_T^2/2m_R)$

(θεωρώντας ότι δεν είναι αρκετή για να το κάνει σχετικιστικό)

Η οποία είναι όση ενέργεια έχασε το κινούμενο.

Άρα **απώλεια ενέργειας κινούμενου**:

$$\Delta E = -\frac{p_T^2}{2m_R} = -2 \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{b^2 v^2 m_R}$$

← Δεν εξαρτάται από τη μάζα του γρήγορου σωματιδίου.

ισχύει και για σχετικιστικό σωματίδιο

Για “ακίνητα” σωματίια του υλικού =

πυρήνες ατόμων του υλικού, καθώς και τα ατομικά του ηλεκτρόνια (θυμηθείτε: η ταχύτητα των ατομικών ηλεκτρονίων είναι της τάξης $\beta = \alpha = 1/137$)

Μεγάλη μάζα $m_R \rightarrow$ μεγάλη απώλεια ενέργειας. Ποσοτικά:

Απώλεια λόγω αλληλεπίδρασης με τα Z ατομικά ηλεκτρόνια (μάζας Zm_e)

Απώλεια λόγω αλληλεπίδρασης με τον πυρήνα (μάζας $\sim Am_p \sim 2Z \cdot m_p$)

$\sim 2 m_p / m_e \sim 4 * 10^3$ **~ΌΛΗ η απώλεια ενέργειας στα ατομικά ηλεκτρόνια!**

Φορτισμένο σωματίδιο χάνει ενέργεια διαπερνώντας την ύλη(3): απώλεια ενέργειας στην ύλη

Το σωματίδιο κατά την διέλευσή του από κάποιο υλικό, θα αλληλεπιδράσει με πολλά ηλεκτρόνια σε διάφορες αποστάσεις, b . Αν τα ηλεκτρόνια του υλικού είναι τυχαία κατανεμημένα στο χώρο γύρω από την τροχιά του σωματιδίου, ο αριθμός ηλεκτρονίων που περιέχονται σε κυλινδρικό όγκο ακτίνας b , πάχους db και μήκους dx θα είναι:
 $= Z * \text{αριθμός ατόμων στον όγκο αυτό} = Z * (\rho * b * 2\pi * db * dx) / m_a$

Όπου m_a είναι η μάζα του κάθε ατόμου (προσέγγιστικά: $m_a = A \text{ amu}$).

Οπότε:

$$\Delta E = \text{διπλό διαφορικό} \quad d^2 E = -4\pi \left(\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\rho Z}{m_a v^2 m_e} \frac{1}{b} db dx$$

(ως προς b και ως προς x):

Ολοκληρώνοντας ως προς όλα τα πιθανά b , προσέχουμε ότι το b δεν μπορεί να γίνει μηδέν (τότε απέλεια ενέργειας άπειρη), ούτε άπειρο:

Το b ξεκινάει από κάποιο b_{\min} (\sim απόσταση ελάχιστης προσέγγισης), μέχρι κάποιο μέγιστο b_{\max} , πέρα από το οποίο η μεταφορά ενέργειας δεν είναι αρκετή για να κάνει ούτε διέγερση του ατομου, οπότε και δεν γίνεται! (θυμηθείτε το Frank-Hertz?)

Φορτισμένο σωματιδίο χάνει ενέργεια διαπερνώντας την ύλη(4): απώλεια ενέργειας

Ολοκλήρωση για όλα τα πιθανά b :

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi \left(\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\rho Z}{m_a m_e v^2} L,$$

where $L = \ln(b_{\max}/b_{\min})$.

Since $m_a \approx A$ atomic mass units, where A is the mass number of the atoms, we write this as

$$-\frac{dE}{dx} = D \left(\frac{Z}{A} \right) \rho \left(\frac{zc}{v} \right)^2 L,$$

where

$$D = 4\pi \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{m_e (931.5 \text{ MeV})} = 0.307 \text{ MeV cm}^2 \text{ g}^{-1}.$$

and the mass density ρ of the material is expressed in g cm^{-3} . (Note the units.)

Φορτισμένο σωματιδίο χάνει ενέργεια διαπερνώντας την ύλη: απώλεια ενέργειας και όρια ολοκλήρωσης (1)

$$\text{Ολοκλήρωση για όλα τα πιθανά } b: -\frac{dE}{dx} = 4\pi \left(\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\rho Z}{m_a m_e v^2} L,$$

$$\text{where } L = \ln(b_{\max}/b_{\min}).$$

1. Πόσο είναι το **bmin**;

Θυμηθείτε τη μεταφορά ενέργειας σε ένα άτομο:

Για $b_{\min}=0$ το ΔE απειρίζεται!

Αφύσικο, αφού δεν μπορεί ποτέ το σωματίδιο να χάσει ενέργεια πίο πολύ από αυτή με την οποία μπήκε στο υλικό από το οποίο διέρχεται.

$$\Delta E = -\frac{p_T^2}{2m_R} = -2 \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{b^2 v^2 m_R}$$

Άρα:

.... **bmin** = όσο το μήκος του κυματοπακέτου που χαρακτηρίζει το σωματίο = το μήκος Compton του σωματιδίου = $\hbar / p = \hbar / (\gamma m v)$

Δεν έχει νόημα να πούμε ότι το σωματίδιο πλησίασε πίο κοντά, γιατί η απροσδιοριστία μας λέει ότι δεν ξέρουμε τη θέση του σωματιδίου με καλύτερη ακρίβεια. Οπότε πάλι θα μπορούσαμε να το πούμε ως εξής:

$$\Delta p * \Delta x > \hbar \rightarrow \Delta x > \hbar / \Delta p = \hbar / \langle p \rangle = \hbar / (\gamma m v)$$

→ **bmin = $\hbar / (\gamma m v)$**

Φορτισμένο σωματιδίό χάνει ενέργεια διαπερνώντας την ύλη: απώλεια ενέργειας και όρια ολοκλήρωσης (2)

$$\text{Ολοκλήρωση για } -\frac{dE}{dx} = 4\pi \left(\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\rho Z}{m_a m_e v^2} L,$$

where $L = \ln(b_{\max}/b_{\min})$.

2. Πόσο είναι το **bmax**;

Θυμηθείτε τη μεταφορά ενέργειας σε ένα άτομο:

Για $b_{\max} = \infty$ το ΔE μηδενίζεται!

Αφύσικο, αφού δεν μπορεί ποτέ το άτομο (που είναι κβαντισμένο σύστημα) να πάρει ενέργεια λιγότερη από την ενέργεια διέγερσης από μία στάθμη σε μία άλλη (θυμηθείτε το πείραμα Frank-Hertz)
~ τάξη μεγέθους όσο η ενέργεια ιονισμού, I .

$$\Delta E = -\frac{p_T^2}{2m_R} = -2 \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{b^2 v^2 m_R}$$

Άρα:

.... **bmax** = περατωμένο.

$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar \rightarrow \Delta t = \hbar / \Delta E$, αλλά $\Delta E > I \rightarrow \Delta t < \hbar / I$

Αλλά το Δt είναι ο χρόνος αλληλεπίδρασης: $\Delta t \sim b / (\gamma v)$

Οπότε: $b / (\gamma v) < \hbar / I \rightarrow b < \hbar / (I \gamma v) \rightarrow$ **bmax = $\hbar / (I \gamma v)$**

$$\text{Οπότε: } L = \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \approx \ln \left(\frac{\gamma^2 m_e v^2}{\langle I \rangle} \right)$$

Απώλεια ενέργειας με ιονισμό και διέγερση του υλικού (Bethe-Bloch) : specific Energy Loss ($1/\rho dE/dx$)

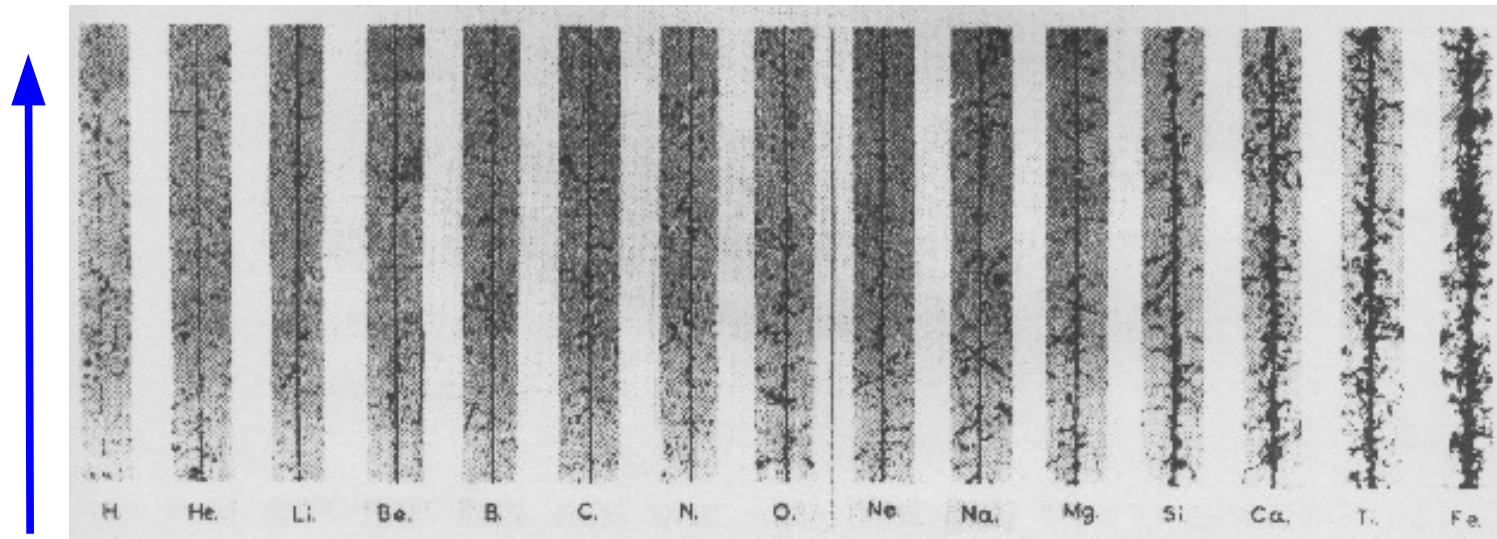
$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = -4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{Z_1^2}{\beta^2} N_A \frac{Z}{A} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 F}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

Bethe Bloch Formula

$Z_1 e$ = φορτίο προσπίπτοντος σωματιδίου

$\beta = v/c$ ταχύτητά του

ρ, Z, A = πυκνότητα κλπ του ανιχνευτή



Π.χ., Φορτισμένα σωματίδια (από κοσμική ακτινοβολία) διαπερνούν υλικό πυκνότητας ρ .

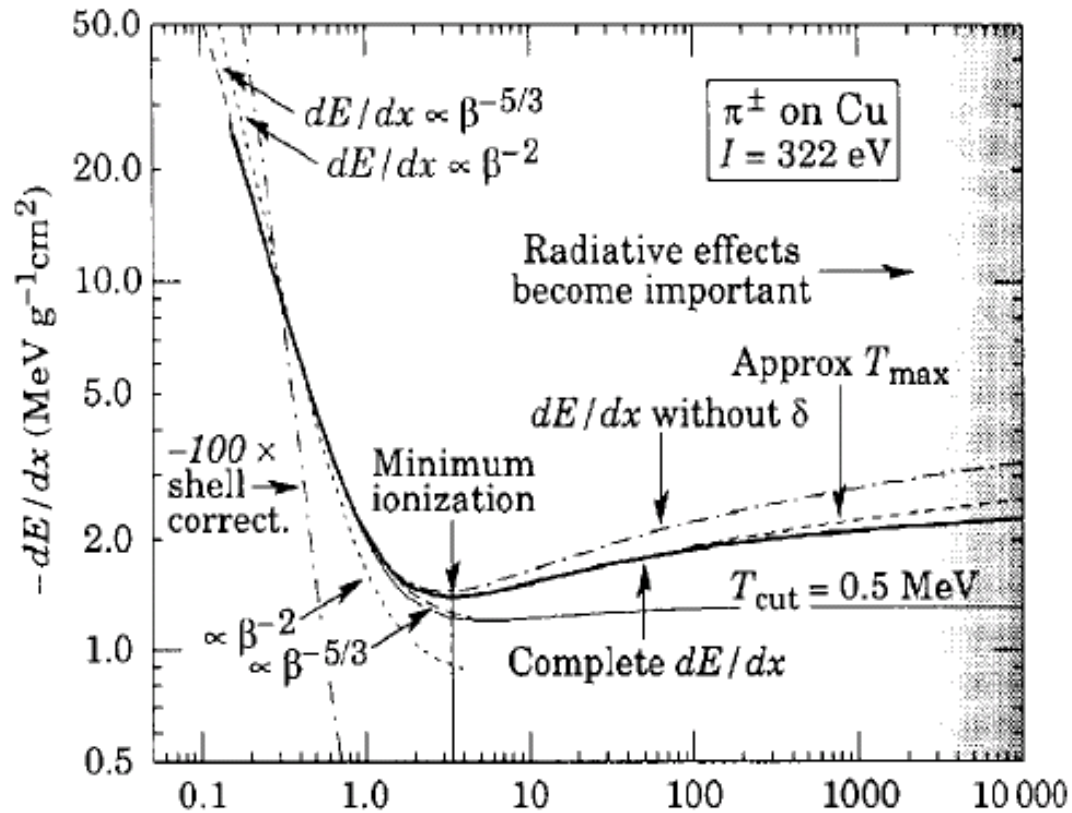
→ Η απώλεια ενέργειάς του είναι μεγαλύτερη, όσο περισσότερο φορτίο έχει το σωματίδιο: **$dE/dx \sim Z_1^2$**

Φορτισμένο σωματίδιο χάνει ενέργεια διαπερνώντας την ύλη: specific Energy Loss ($1/\rho dE/dx$)

Για να υπολογίσουμε την απώλεια ενέργειας ανά μονάδα απόστασης (dE/dx , σε MeV/cm),

πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το $1/\rho dE/dx$ (σε MeV cm²/g) με την πυκνότητα ρ του υλικού.

$1/\rho dE/dx$



$$\beta\gamma = p / Mc$$

Ένα σωματίδιο διασχίζει ένα υλικό με πυκνότητα ρ . Ανάλογα με την ορμή του, το σωματίδιο χάνει ενέργεια και με διαφορετικό μηχανισμό. Π.χ., στην περιοχή $\beta\gamma = [0.1 - 1000]$ (περιοχή Bethe-Bloch) έχουμε απώλειες με ιονισμό του υλικού. Από εκεί και πάνω, η απώλεια ενέργειας είναι κυρίως λόγω εκπομπής φωτονίων (δηλ., με radiation = Bremsstrahlung)

Απώλεια ενέργειας με ιονισμό και διέγερση του υλικού (Bethe-Bloch) : specific Energy Loss ($1/\rho dE/dx$)

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = -4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{Z_1^2}{\beta^2} N_A \frac{Z}{A} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 F}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

$Z_1 e$ = φορτίο προσπίπτοντος

σωματιδίου

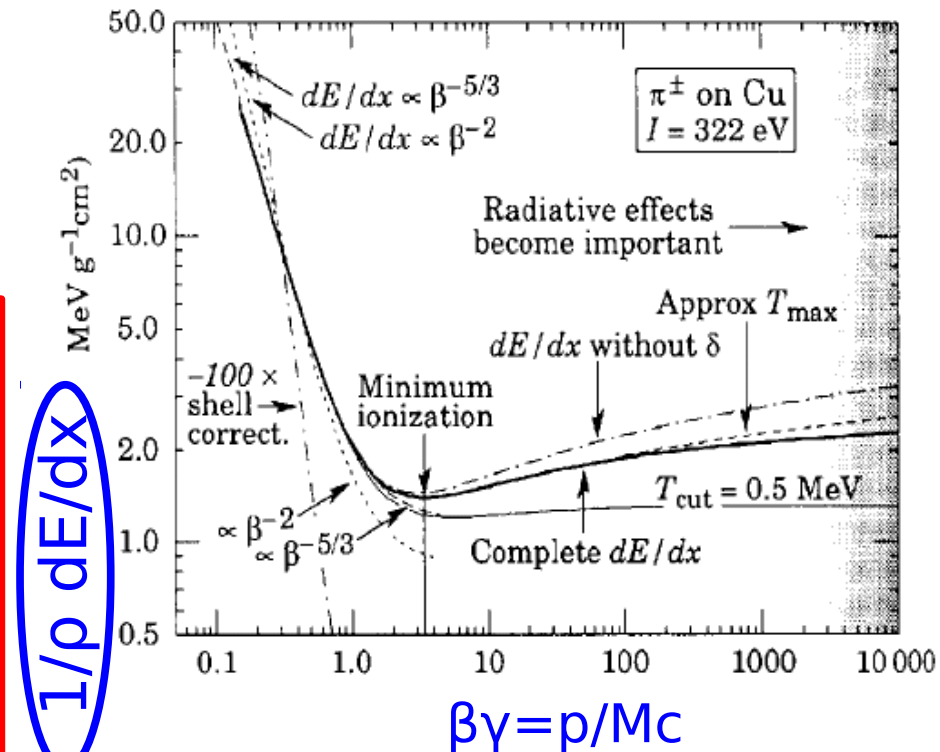
$\beta = v/c$ ταχύτητά του

ρ, Z, A = πυκνότητα κλπ. του ανιχνευτή

The specific Energy Loss $1/\rho dE/dx$

- first decreases as $1/\beta^2$
- increases with $\ln \gamma$ for $\beta = 1$
- is \approx independent of M ($M \gg m_e$)
- is proportional to Z_1^2 of the incoming particle.
- is \approx independent of the material ($Z/A \approx \text{const}$)
- shows a plateau at large $\beta\gamma$ ($\gg 100$)
- $dE/dx \approx 1-2 * \rho$ [g/cm³] MeV/cm

Bethe Bloch Formula



Προσεγγιστικά:

$$\frac{dE}{dx} \approx \rho (2 \text{ MeV cm}^2/\text{g}) \frac{Z^2}{\beta^2}$$

π.χ. Μιόνιο διαπερνά σίδηρο - απώλεια ενέργειας (Energy Loss)

Bethe Bloch Formula, a few Numbers:

Σημειώστε ότι για $Z \approx 0.5 A$:
 $1/\rho \, dE/dx \approx 1.4 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$,
 όταν $\beta\gamma \approx 3$ (minimum ionizing)

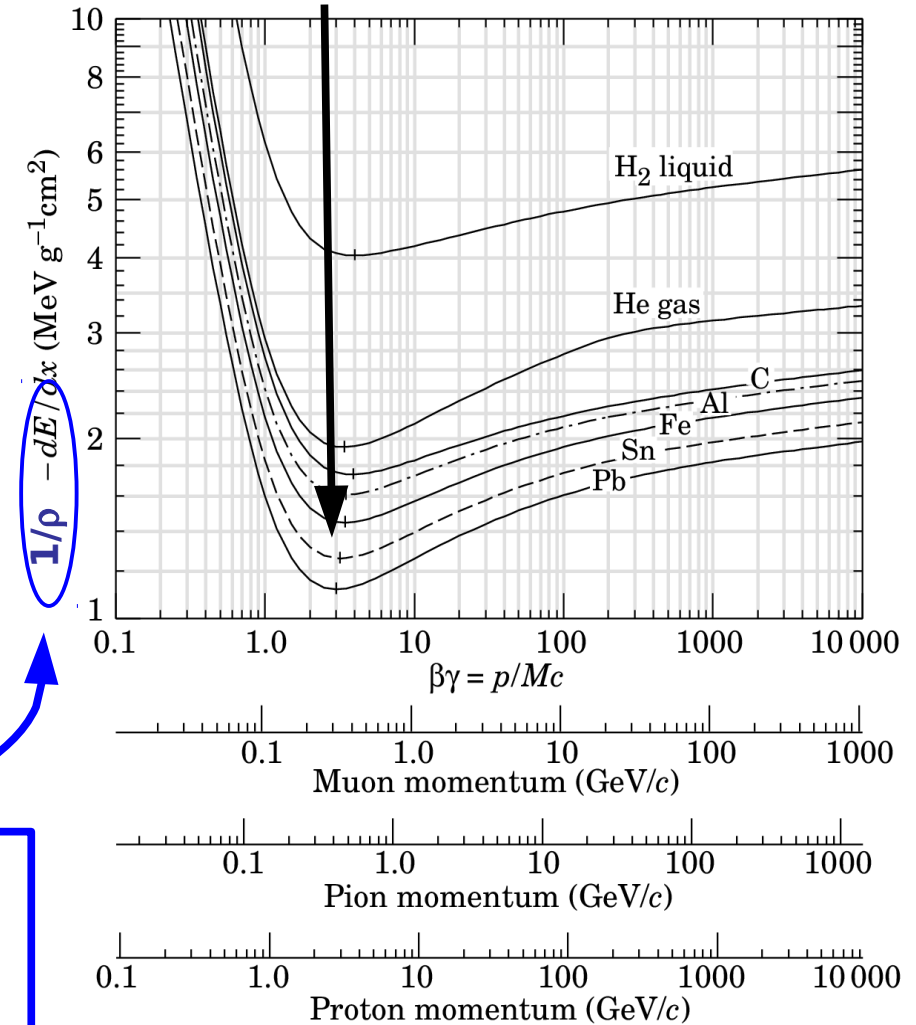
Παράδειγμα :

Σίδηρο: πάχος = 100 cm;
 $\rho = 7.87 \text{ g/cm}^3$
 $dE \approx 1.4 * 100 * 7.87$
 $= 1102 \text{ MeV}$

**→ A 1.15 GeV Muon can
traverse 1m of Iron!**

Για να υπολογίσουμε την απώλεια ενέργειας ανά μονάδα απόστασης (dE/dx , σε MeV/cm), πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το $1/\rho \, dE/dx$ (σε $\text{MeV cm}^2/\text{g}$) με την πυκνότητα ρ του υλικού.

“a minimum ionizing particle (MIP)”



2. dE/dx και μέγιστο βάθος εναπόθεσης ενέργειας

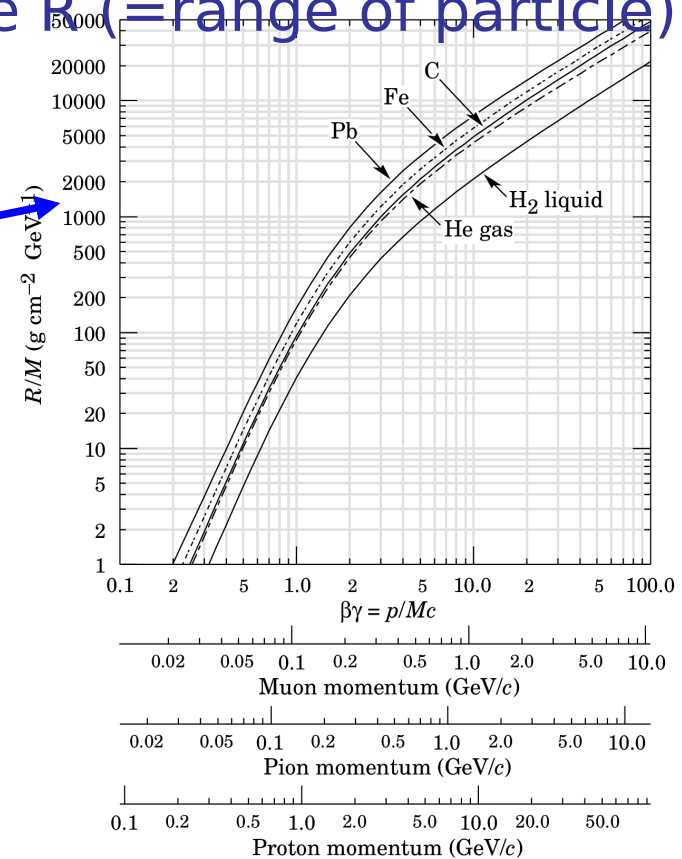
ΣωματΙΑ σταματούν - απόσταση(range)

Particle of mass M and kinetic Energy E_0 enters matter and loses energy until it comes to rest at distance R_0 (=range of particle).

$$R(E_0) = \int_{E_0}^0 \frac{-1}{dE/dx} dE$$

$$R(\beta_0 \gamma_0) = \frac{Mc^2}{\rho} \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_0 \gamma_0)$$

$$\frac{\rho}{Mc^2} R(\beta_0 \gamma_0) = \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_0 \gamma_0)$$



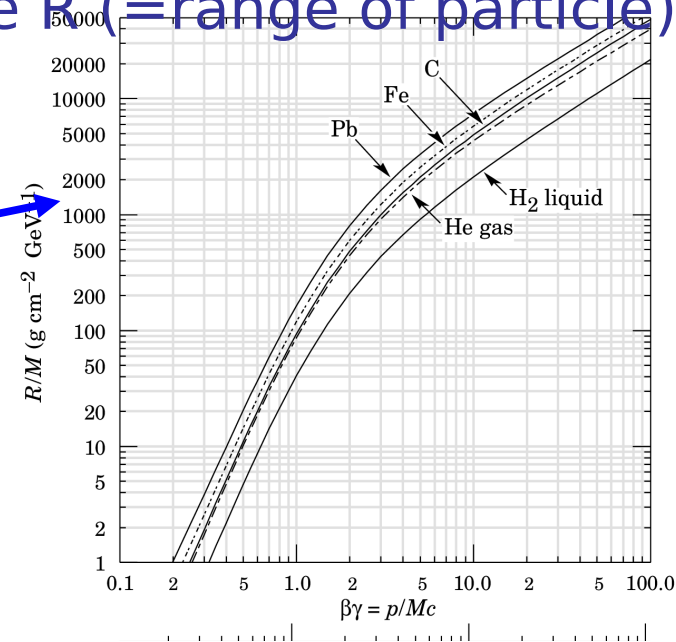
ΣωματΙΑ σταματούν - απόσταση(range)

Particle of mass M and kinetic Energy E_0 enters matter and loses energy until it comes to rest at distance R_0 (=range of particle).

$$R(E_0) = \int_{E_0}^0 \frac{-1}{dE/dx} dE$$

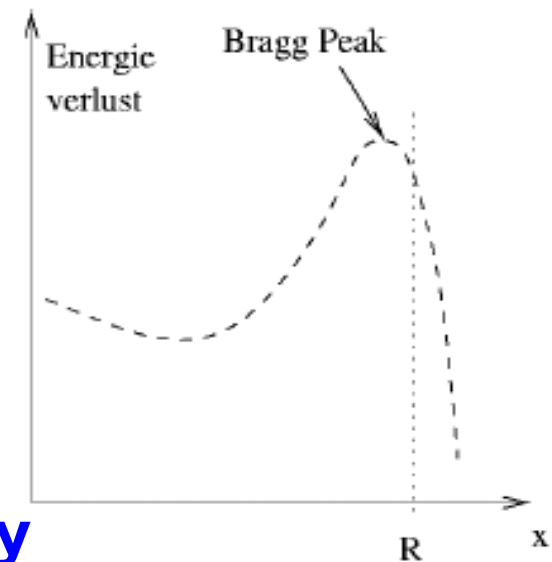
$$R(\beta_0 \gamma_0) = \frac{Mc^2}{\rho} \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_0 \gamma_0)$$

$$\frac{\rho}{Mc^2} R(\beta_0 \gamma_0) = \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_0 \gamma_0)$$



Bragg Peak:

- For $\beta\gamma > 3$ the energy loss is \approx constant (Fermi Plateau)
- As the energy of the particle falls, below $\beta\gamma = 3$, the energy loss rises as $1/\beta^2$
- **Towards the end of the track the energy loss is largest \rightarrow Cancer Therapy**

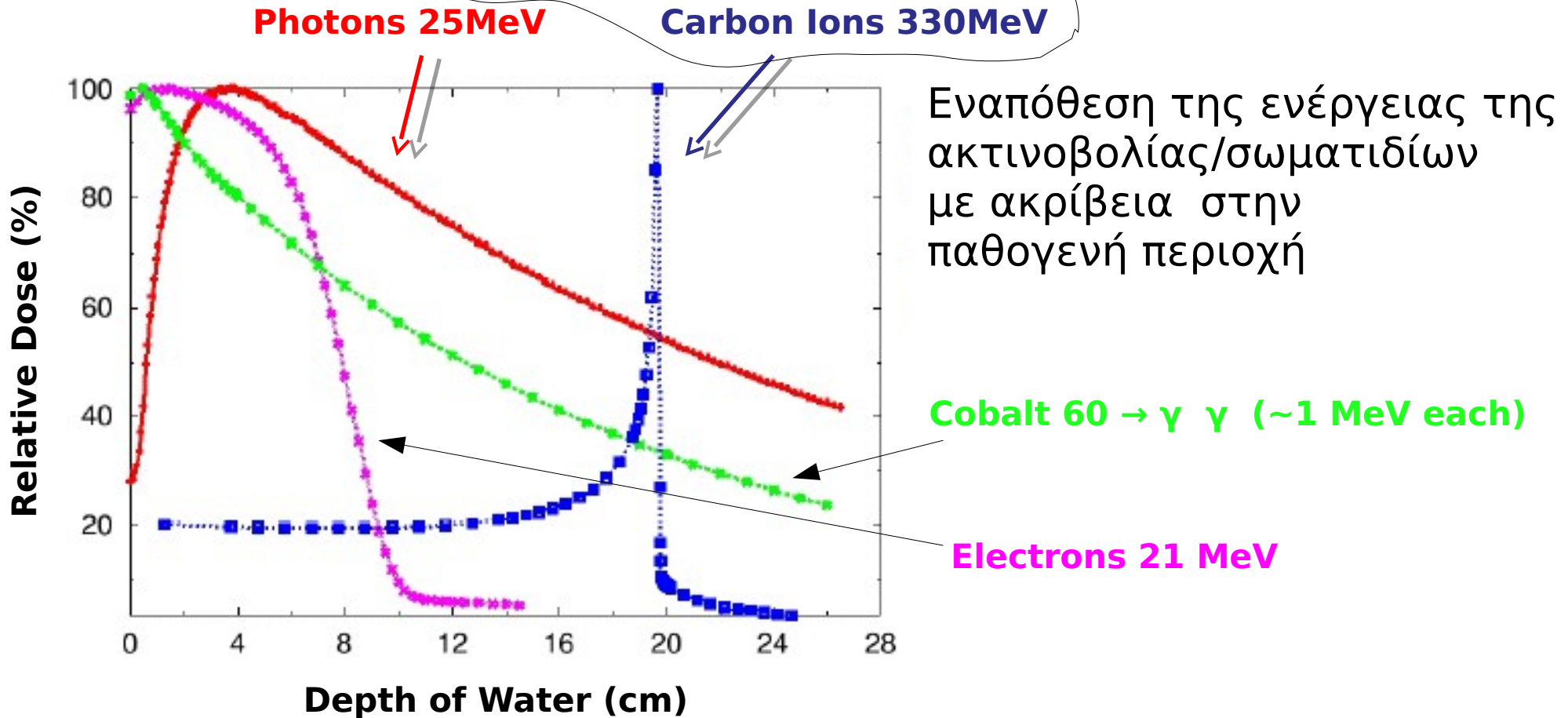


Χωρική κατανομή εναπόθεσης της ενέργειας

Average Range:

Towards the end of the track the energy loss is largest

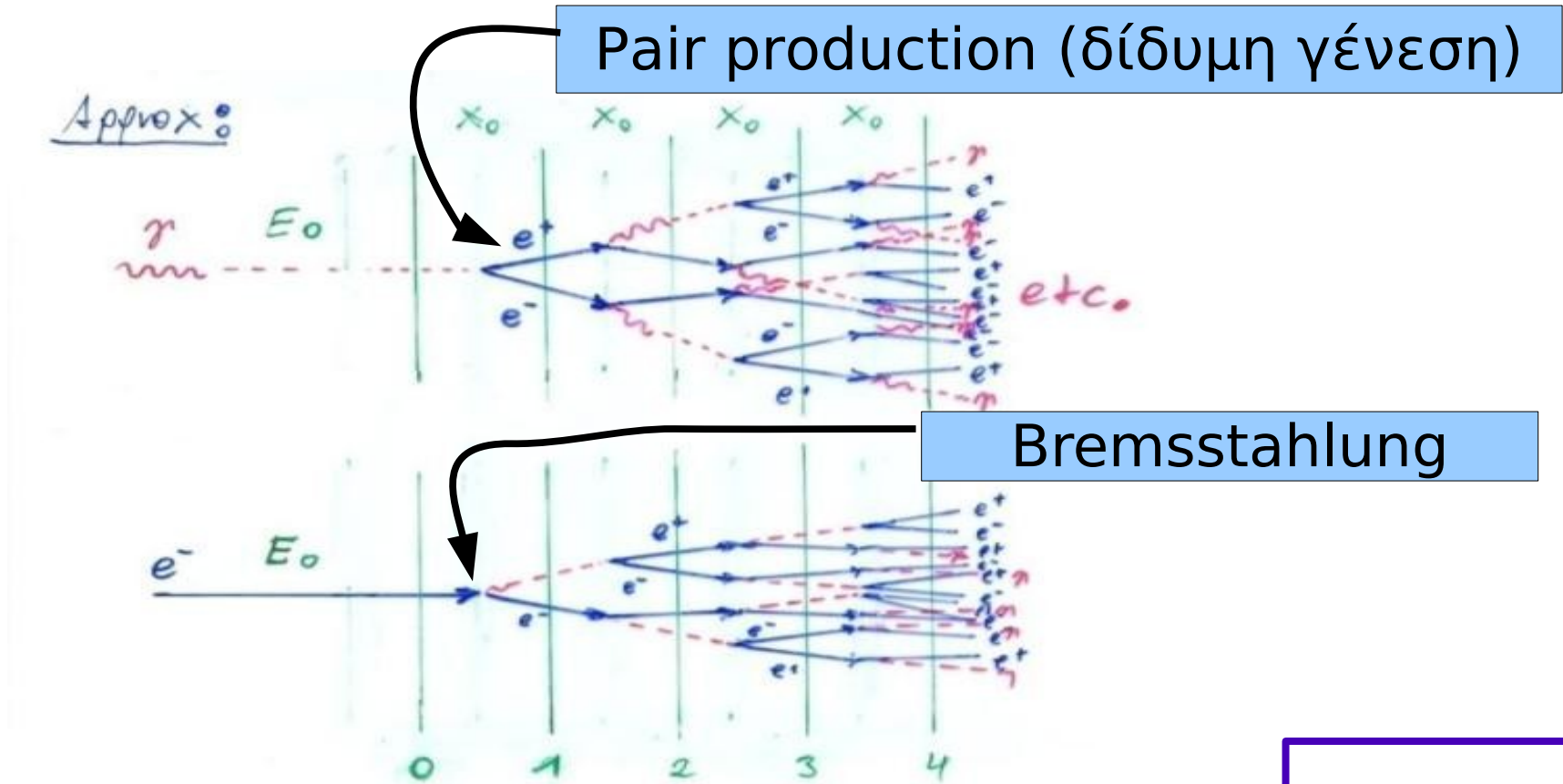
→ Bragg Peak → **Cancer Therapy**



3. Ακτινοβολία πέδησης (Bremsstrahlung):

Απώλεια ενέργειας λόγω ακτινοβόλησής
της από επιβραδυνόμενο φορτισμένο
σωμάτιο

Ηλεκτρόνια και φωτόνια σε “πυκνή ύλη” - EM shower



Pair production (δίδυμη γένεση)

Bremsstrahlung

Electromagnetic Shower → EM calorimeter

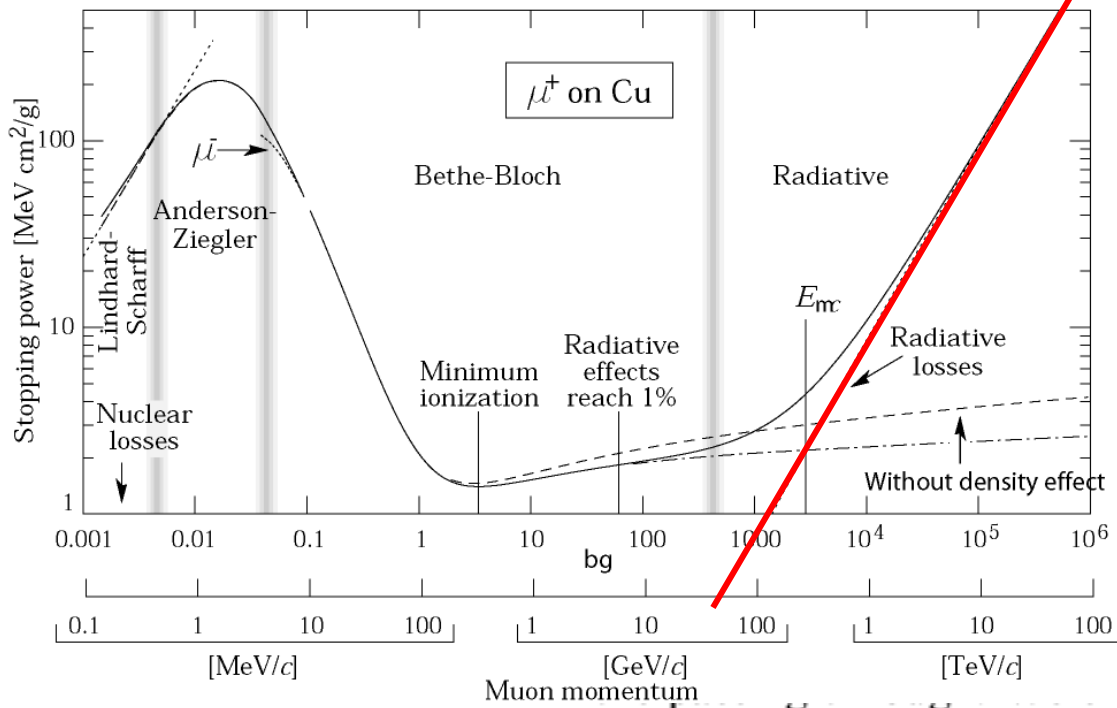
X_0 = radiation length = average distance a high energy electron has to travel before reducing its energy from E_0 to E_0/e by photon radiation (Bremsstrahlung)

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{E}{X_0}$$

$$E(x) = E_0 e^{-\frac{x}{X_0}}$$

Ηλεκτρόνια/φωτόνια - μπορείς εύκολα να τα σταματήσεις

such as copper to about 1% accuracy for energies between about 6 MeV and 6 GeV



Ο συντελεστής 700-800 είναι για ηλεκτρόνια και ποζιτρόνια. Για άλλης μάζας σωματίδια η τιμή του παρονομαστή είναι άλλη

Bremsstrahlung is... most significant in heavy elements, in which the Coulomb fields of the nuclei are strongest. For electrons and positrons, the ratio of energy loss rates is given approximately by

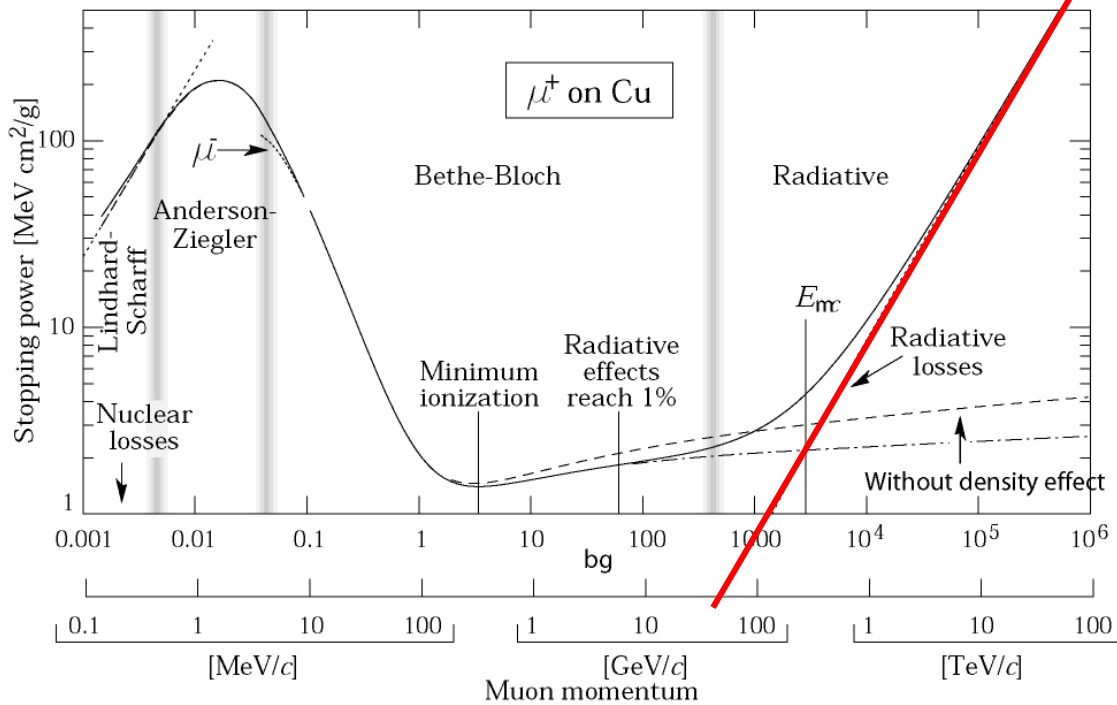
Ακτινοβολία πέδησης σε σχέση με την ακτινοβολία λόγω ιονισμών

$$\frac{\text{Bremsstrahlung energy loss}}{\text{ionisation energy loss}} \approx \frac{T(Z + 1.2)}{700}$$

where T is the kinetic energy in MeV, and Z the atomic number of the material.

Critical Energy: από εκεί και πάνω η ακτινοβολία πέδησης είναι σημαντικότερη από την απώλεια λόγω ιονισμών

such as copper to about 1% accuracy for energies between about 6 MeV and 6 GeV



Critical Energy (κριτική ενέργεια): όταν dE/dx (Ionization) = dE/dx (Bremsstrahlung)

For the **muon** (the second lightest particle after the electron) the critical energy is at 400GeV.

Για ηλεκτρόνια:

$$E_c = [800 \text{ MeV}] / (Z + 1.2)$$

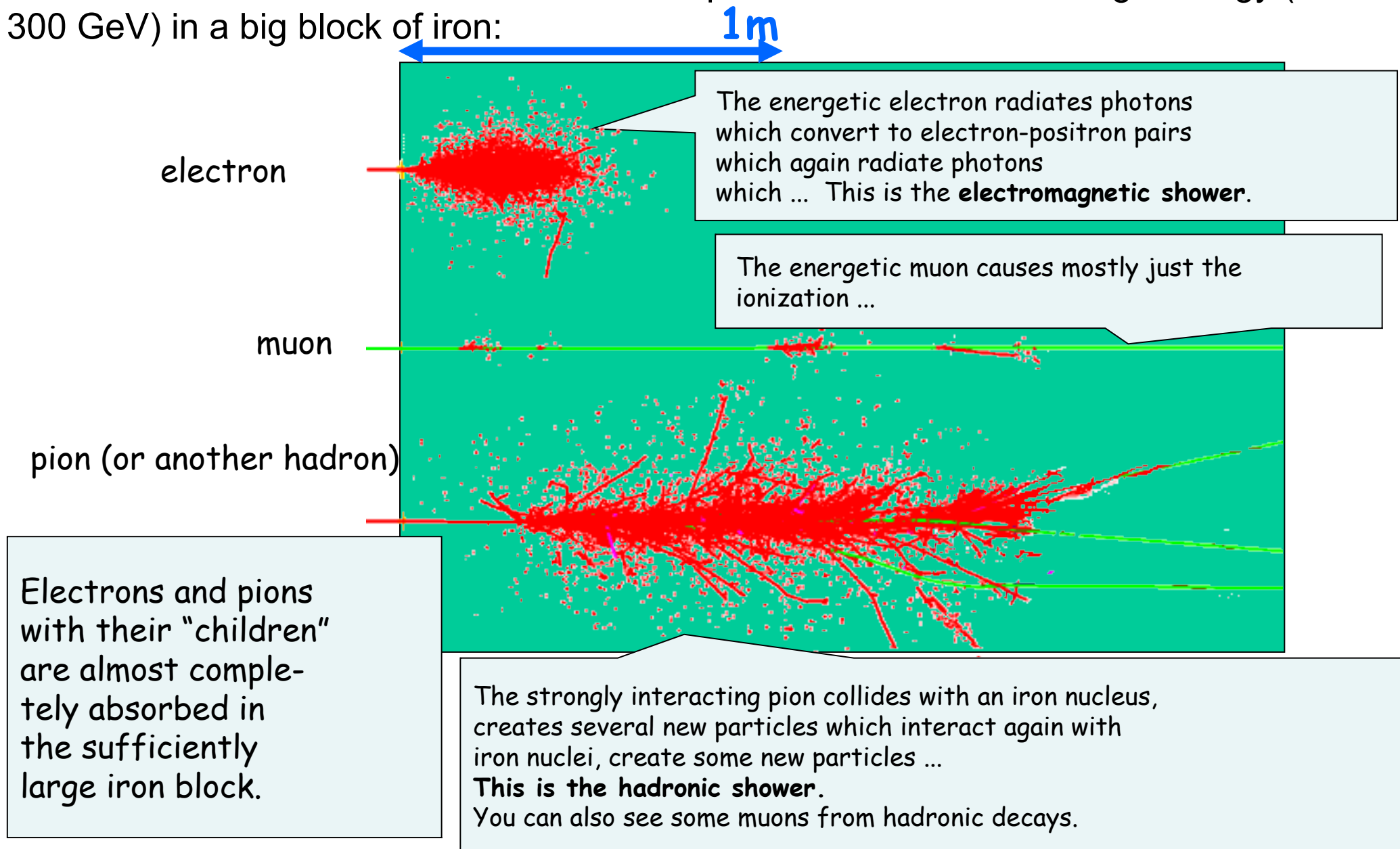
Electron Momentum 5 50 500 MeV/c

- Muon in Copper: σε $p \approx 400 \text{ GeV}$ φτάνει κριτική ενέργεια
- Electron in Copper: σε $p \approx 20 \text{ MeV}$ φτάνει κριτική ενέργεια

- Η ΗΜ ακτινοβολία Bremsstrahlung είναι σημαντική σχεδόν μόνο για ηλεκτρόνια (στις ενέργειες στους ανιχνευτές μας μέχρι τώρα)
- μόνο τα ηλεκτρόνια κάνουν EM shower

Καλοριμετρία - Stopping particles

Let us have a look at interaction of different particles with the same high energy (here 300 GeV) in a big block of iron:

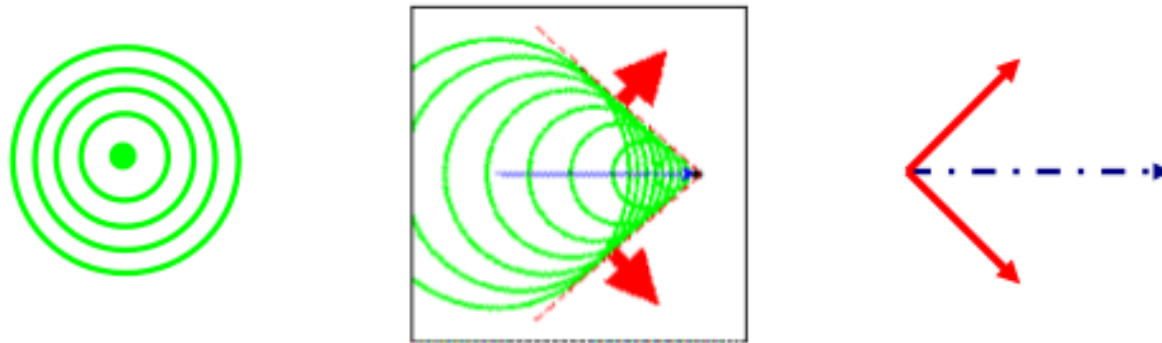


4. Ακτινοβολία Cerenkov

Cerenkovon (από Τ. Λιόλιο) (1/4)

Ακτινοβολία Cerenkovon

- Εκπέμπεται μόνο από φορτισμένα σωματίδια
- Εκπέμπεται μόνο όταν η ταχύτητα του σωματιδίου είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσον
- Το μέτωπο της ακτινοβολίας είναι κωνικού σχήματος

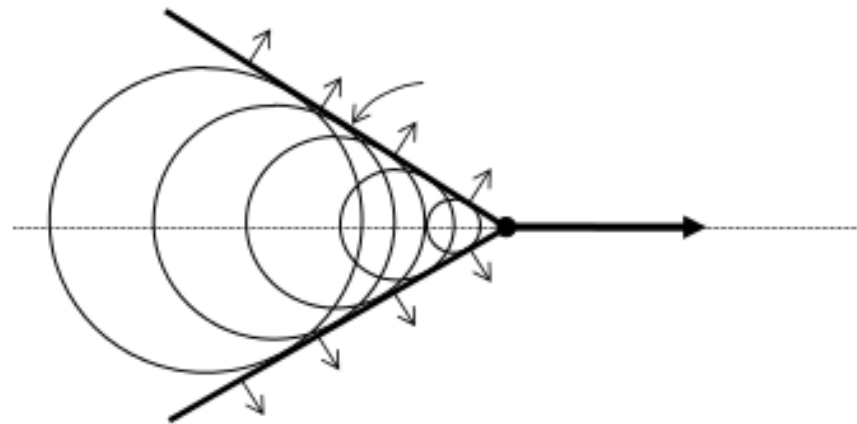


Το γωνιακό άνοιγμα του κώνου εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου. Άρα, η πληροφορία που δίνουν οι ανιχνευτές Cerenkovon είναι η ταχύτητα του σωματιδίου.

✉ Ορμή (mv) και ταχύτητα (v) \Rightarrow μάζα σωματιδίου

Ακτινοβολία Cerenkov

- Ακτινοβολία Cerenkov εκπέμπεται όταν φορτισμένο σωματίδιο διέλθει μέσα από διηλεκτρικό μέσο με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός στο μέσον.
- Ο κώνος της ακτινοβολίας δημιουργείται από την εποικοδομητική συμβολή των επιμέρους φωτεινών κυμάτων και αποτελεί ισοφασική επιφάνεια.



- Συνθήκη εκπομπής ακτινοβολίας Cerenkov:

$$v \geq v_{\varphi} \Rightarrow \frac{v}{c} \geq \frac{v_{\varphi}}{c} \Rightarrow \beta \geq \frac{1}{n}$$

π.χ.

για το νερό:

$$n = 1,33$$

άρα:

$$\beta_{\min} = 0,7519$$

για τον αέρα:

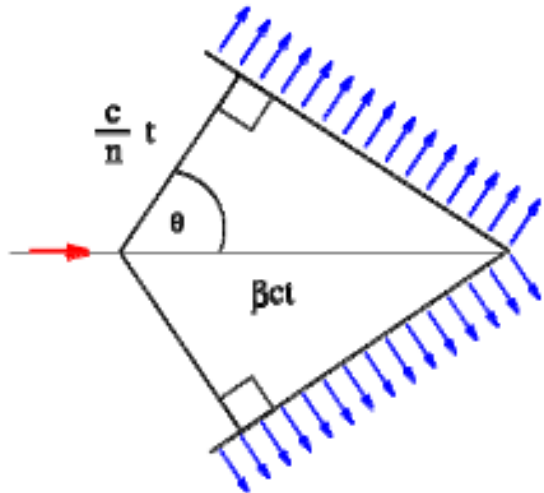
$$n = 1,000283$$

άρα:

$$\beta_{\min} = 0,9997$$

Cerenkov (3/4): γωνία εκπομπής → μέτρηση ταχύτητας

Ακτινοβολία Cerenkov



- Η γωνία εκπομπής θ της ακτινοβολίας Cerenkov, σε δεδομένο μέσο, εξαρτάται μόνο από την ταχύτητα v του σωματιδίου:

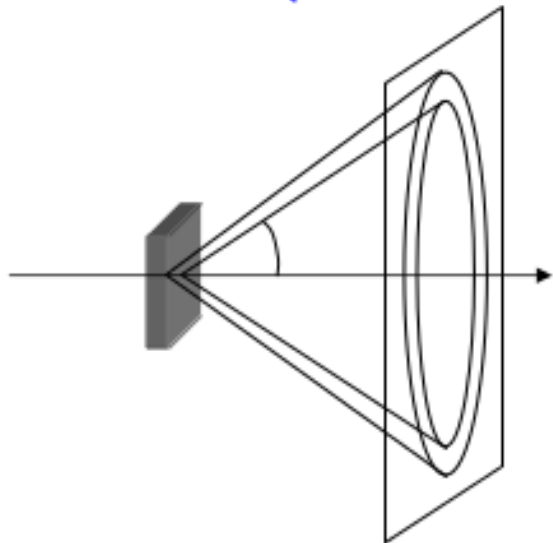
$$\cos \theta = \frac{v_{\varphi t}}{vt} = \frac{v_{\varphi}}{v} = \frac{c/n}{v} = \frac{c}{vn} = \frac{1}{\beta n}$$

π.χ. για το νερό:

$$\beta(\min) = 0,7519 \quad \text{άρα } \theta(\max) = 41,25^{\circ}$$

για τον αέρα:

$$\beta(\min) = 0,9997 \quad \text{άρα } \theta(\max) = 1,36^{\circ}$$



- Όταν η ακτινοβολία Cerenkov προσπίπτει σε πέτασμα κάθετο στην τροχιά του σωματιδίου, δημιουργεί **κυκλικό δακτύλιο**, το μέγεθος του οποίου εξαρτάται από την ταχύτητα v του σωματιδίου και την απόσταση του πετάσματος.

Cerenkov (4/4)

Cerenkov rings

