

# Επιταχυντές και Ανιχνευτές στην Πυρηνική και Σωματιδιακή Φυσική

Κ.Κορδάς Δ. Σαμψωνίδης

Διαλεξη 4η

# Περιεχόμενα

---

Μέχρι τώρα έχουμε δει:

- Κυματοδηγοί – κοιλότητες συντονισμού
- Γραμμικός Επιταχυντής
  
- Κυκλικό επιταχυντές
  - Betatron
  - Cyclotrons
  - Synchrotrons
- Μαγνήτες
- Θεώρημα Liouville

# Κυκλικοί Επιταχυντές

---

Συγχρονισμός μεταξύ ταλαντώμενων ηλεκτρικών πεδίων επιτάχυνσης και της συχνότητας περιστροφής των σωματιδίων

## A. Cyclotron

1. Uniform-Field Cyclotron
2. Azimuthally-Varying-Field (AVF) Cyclotron
3. Separated-Sector Cyclotron
4. Spiral Cyclotron
5. Superconducting Cyclotron

## B. Betatron

## C. Synchrotron

1. Weak Focusing Synchrotron
2. Strong Focusing Synchrotron
  - Alternating Gradient Synchrotron (AGS).
  - Separated Function Synchrotron.
3. Storage Ring
4. Collider

# Κλασικό Cyclotron

Ιόν ( $Q, m$ ) ταχύτητας  $v_\theta$  σε κάθετο μαγνητικό πεδίο  $B_z$ , κινείται κυκλικά με ακτίνα  $r$ .

$$F_{\text{κεντρομόλος}} = F_{\text{Μαγνητ.}}$$

$$\frac{mv_\theta^2}{r} = Qv_\theta B_z$$

$$p_x = m\dot{v}_x = Qv_y B_z$$

$$\dot{p}_y = m\dot{v}_y = -Qv_x B_z$$

$$\ddot{v}_x + \frac{Q^2}{m^2} B_z^2 v_x = 0$$

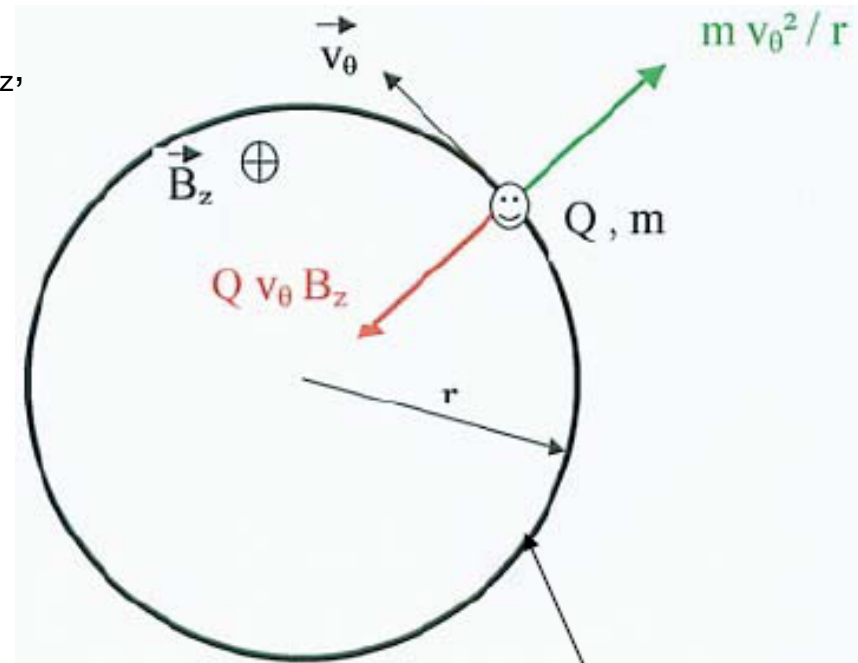
$$\ddot{v}_y + \frac{Q^2}{m^2} B_z^2 v_y = 0$$

$$v_x(t) = v_0 \cos \omega_z t$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \omega_z t$$

Κυκλική τροχιά με συχνότητα περιστροφής

$$\omega_z = \frac{Q}{m} B_z$$



Κυκλική τροχιά

Μαγνητική Ακαμψία

$$Br = \frac{P}{Q}$$



# Κλασικό Cyclotron

Κλασικό Cyclotron σημαίνει μη σχετικιστικό  $\gamma \sim 1 \Rightarrow m/m_0 \sim 1$

Σ' αυτή την περιοχή ενεργειών :

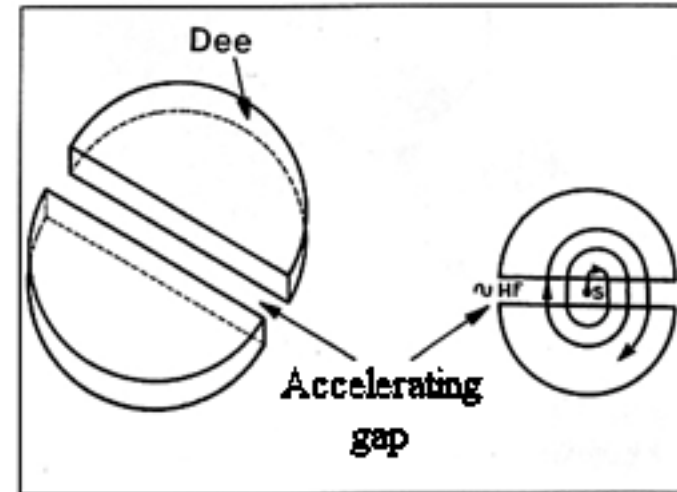
$$\omega_{rev} = \frac{QB_z}{m} = const$$

Εφαρμόζοντας μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων D

ένα επιταχύνον δυναμικό  $V = V_0 \cos \omega_{RF} t$

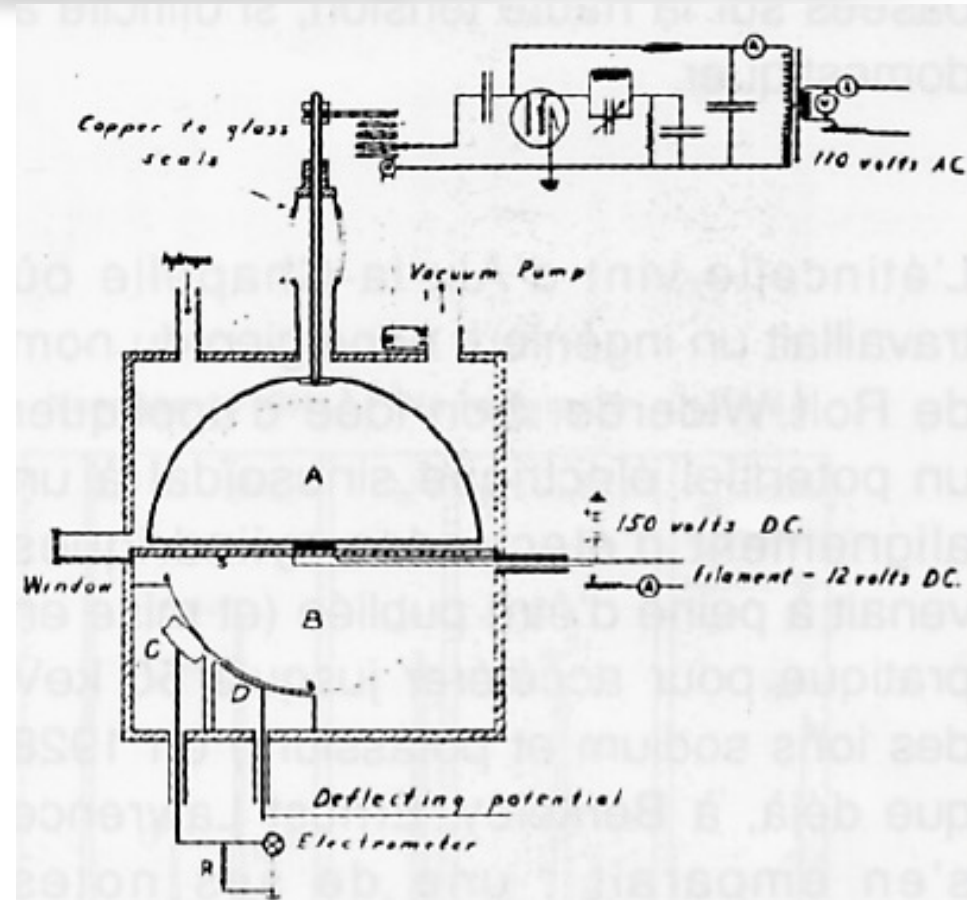
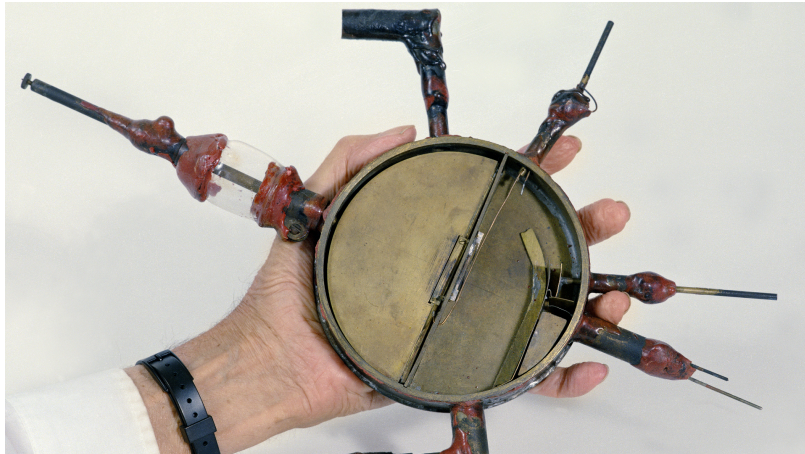
με  $\omega_{RF} = h \omega_{rev}$   $V = V_0 \cos \omega_{RF} t$

Όπου  $h = 1, 2, 3, \dots$  ονομάζονται RF αρμονικές



# Cyclotron (ιστορία)

- Κυκλικό χάλκινο κουτί κομμένο κατά τη διάμετρο. Το ένα μισό γειώνεται και το άλλο συνδέεται με γεννήτρια AC.
- Τοποθέτηση σε δοχείο κενού και όλο μαζί μέσα σε μαγνητικό πεδίο.
- Στο κέντρο, θερμαινόμενο νήμα ionίζει ένα αέριο (πηγή ιόντων)



# Cyclotron

Πηγή σωματιδίων τοποθετείται σε ένα κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του κύκλου

Ηλεκτρικό πεδίο (E) μεταβαλλόμενο (RF) δημιουργείται ανάμεσα στα δύο κενά με σταθερή συχνότητα

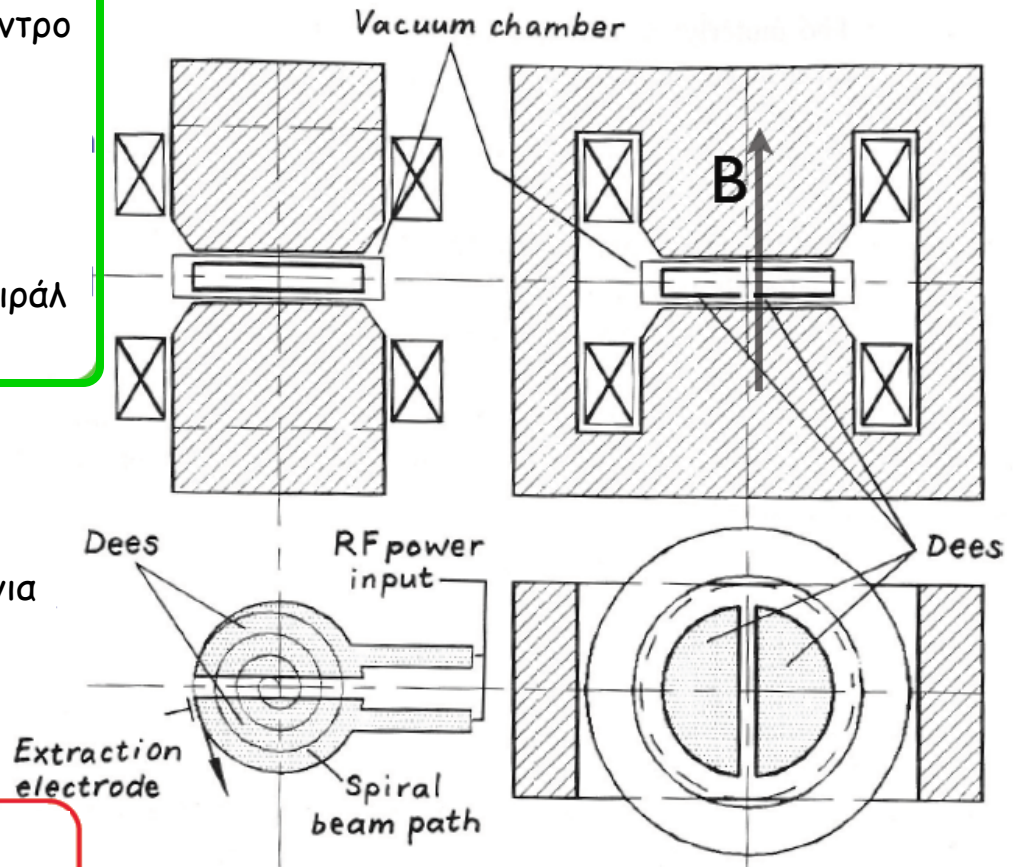
Τα σωματίδια διαγράφουν τροχιά σπирάλ καθώς επιταχύνονται.

Τυπική μέγιστη ενέργεια για πρωτόνια 20 MeV

Διάμετρος Μαγνήτη 1m

Κύριο Όριο :

- Δε δουλεύει για σχετικιστικά σωματίδια
- Β δεν είναι κάθετο για μεγάλες ακτίνες



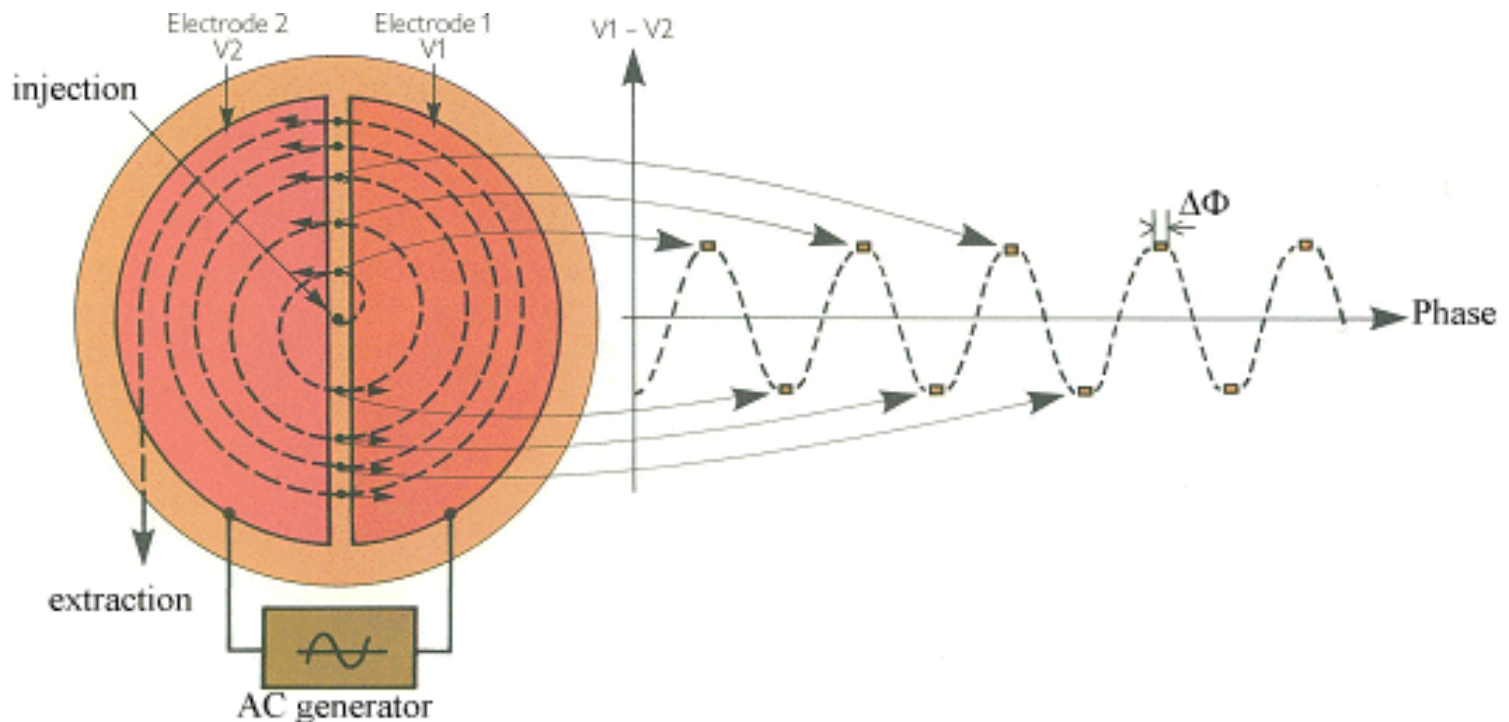
Invented by Lawrence, got the Noble prize in 1939

# Cyclotron

**Συνθήκη ισοχρονισμού** : Το σωματίδιο χρειάζεται τον ίδιο χρόνο για να διαγράψει μια περιστροφή

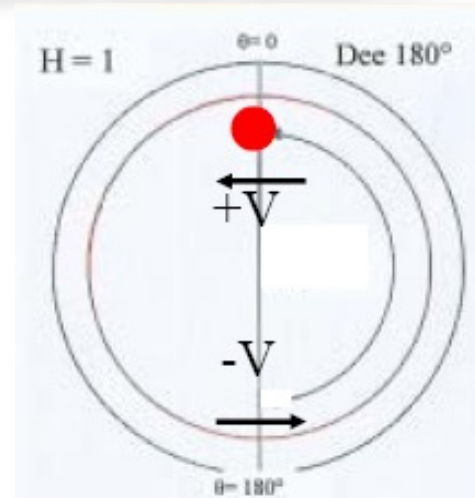
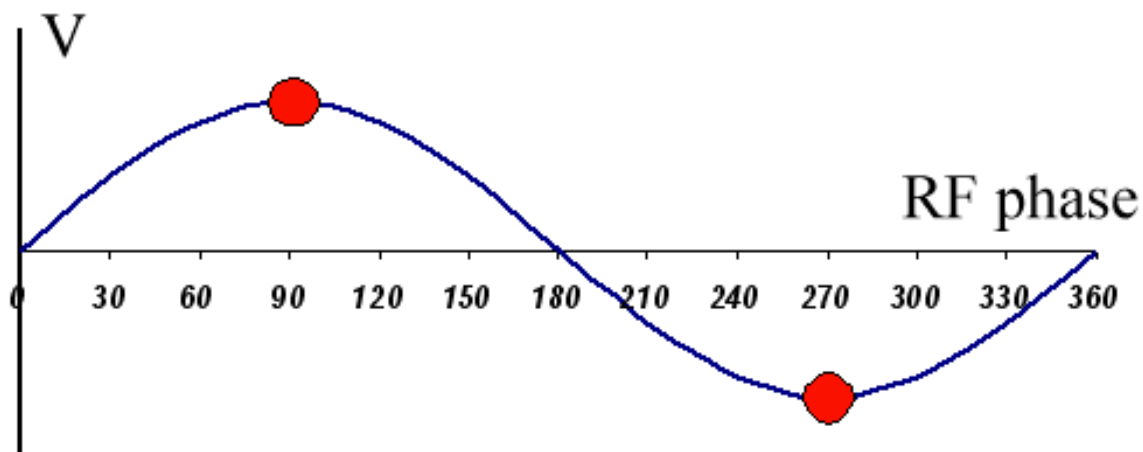
Και με  $\omega_{rf} = h \omega_{rev}$  το σωματίδιο είναι σύγχρονο με το RF κύμα.

Το σωματίδιο φτάνει πάντα στην ίδια φάση του κύματος στο μέσον του επιταχύνοντος κενού (gap).

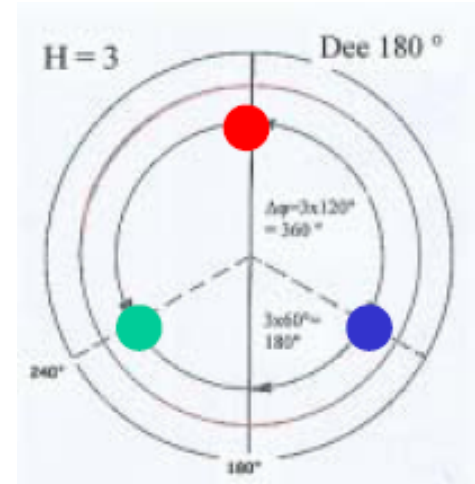
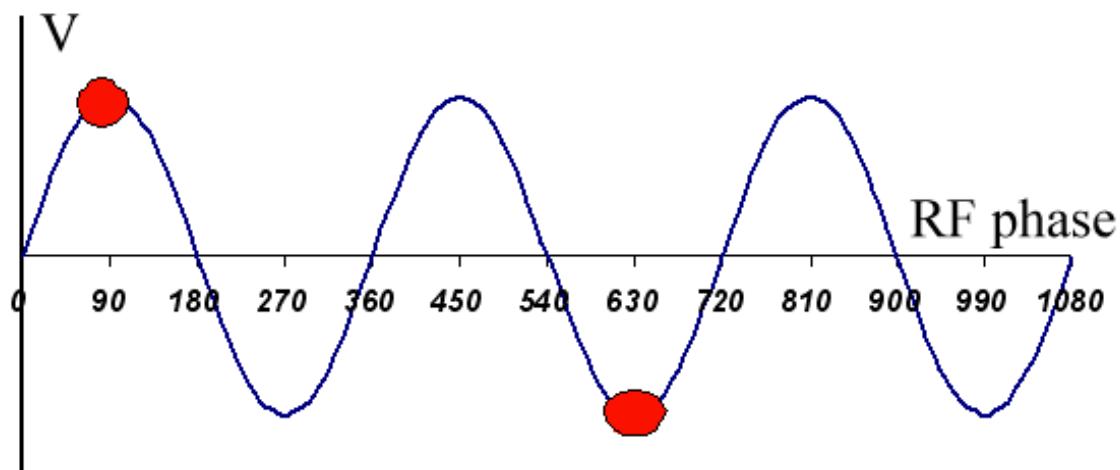


# Cyclotron

1 δέσμη/κύκλο  $\omega_{rf} = \omega_{rev}$



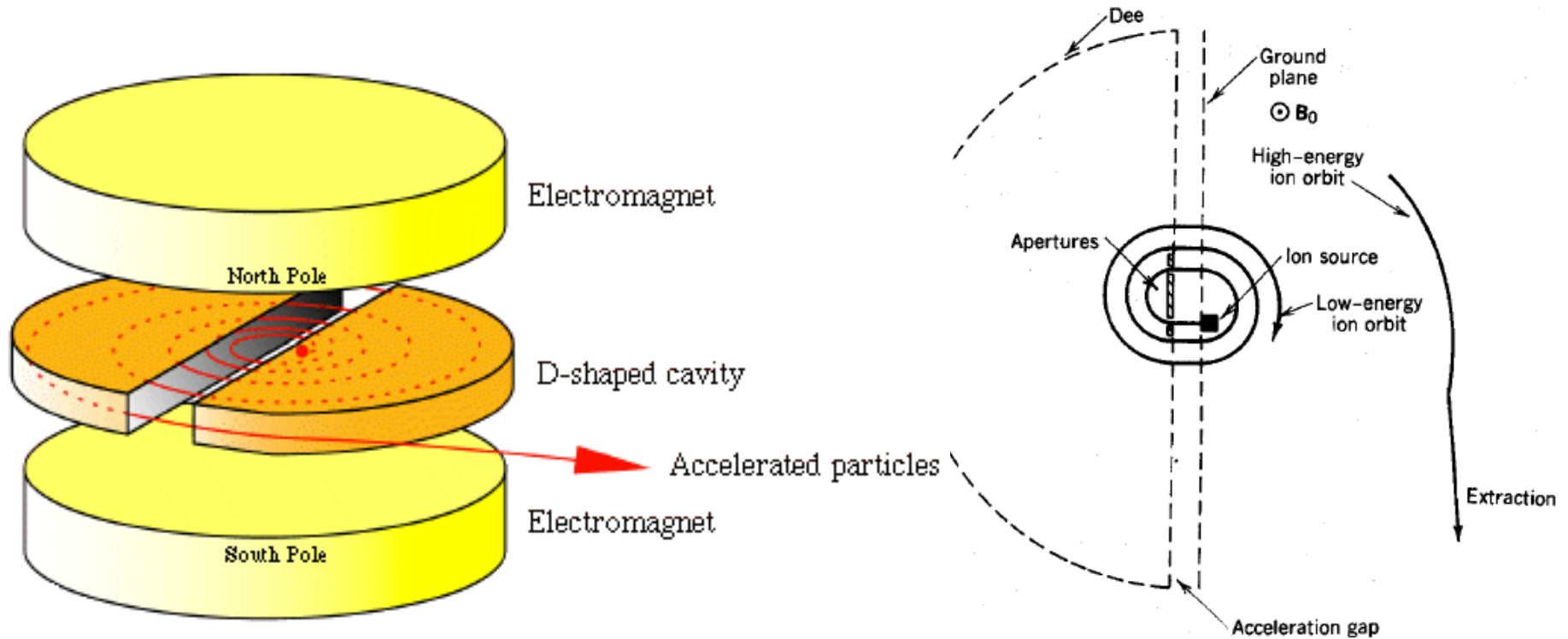
3 δέσμες/κύκλο  $\omega_{rf} = 3\omega_{rev}$



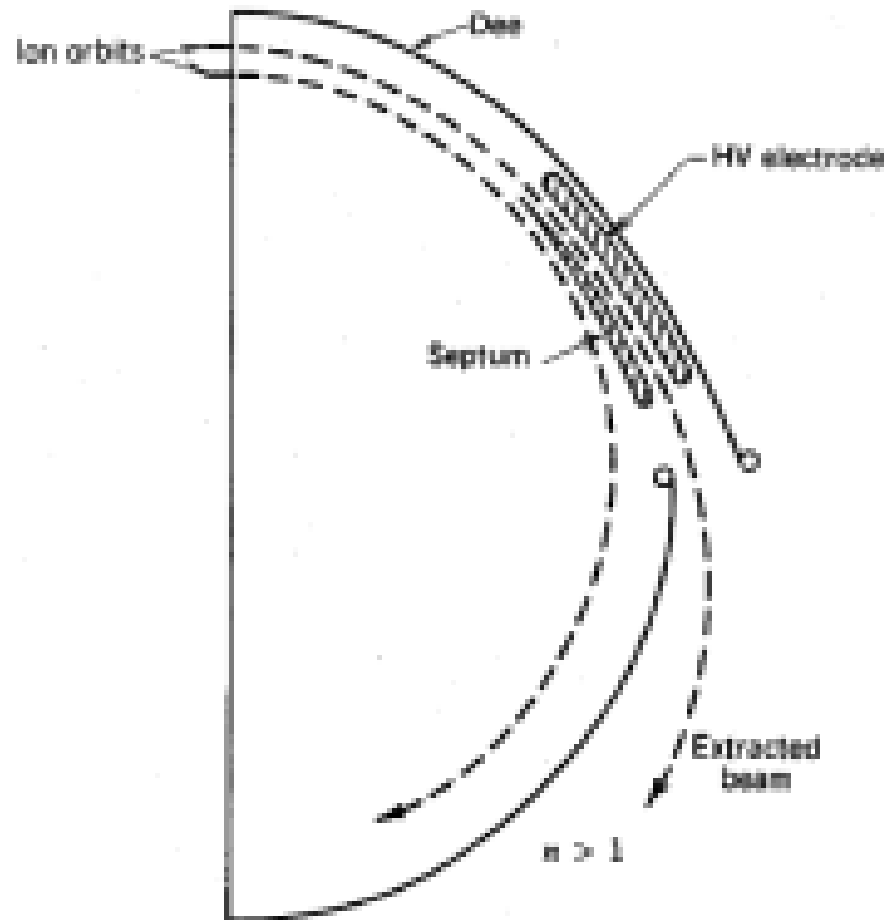
Για την ίδια συχνότητα RF, η δέσμη πηγαίνει 3 φορές πιο αργά



# Uniform-Field Cyclotron



# Uniform-Field Cyclotron



Έξοδος ιόντων από το cyclotron με τη χρήση ηλεκτροστατικού διαφράγματος.

# Betatron

Μεταβαλλόμενο (αυξανόμενο) μαγνητικό πεδίο – σταθερή κυκλική τροχιά

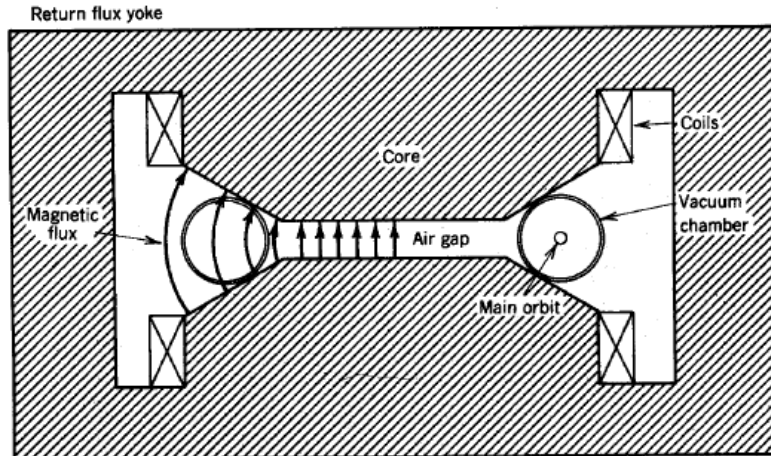
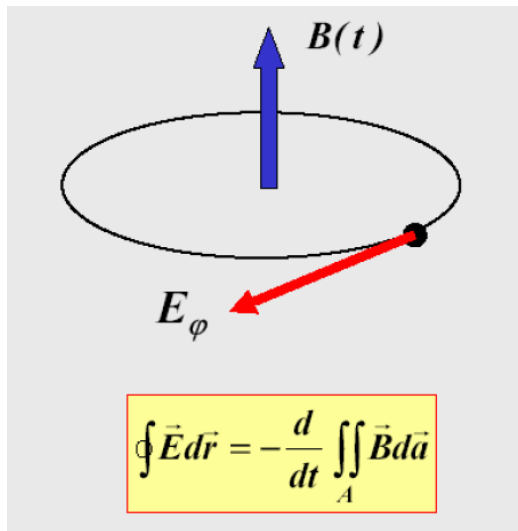


Figure 11.1 Schematic diagram of betatron with air gap.

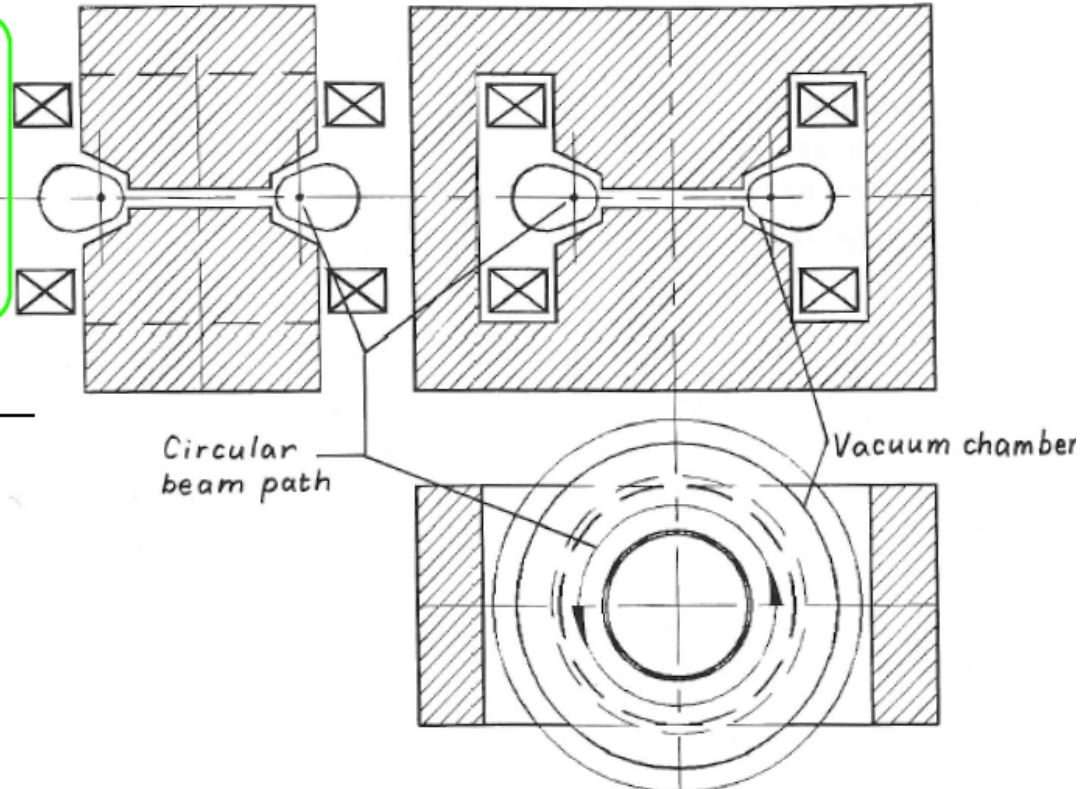


1. Μαγνητικό πεδίο για την παραγωγή εξ επαγωγής τάσης επιτάχυνσης.
2. Κενό αέρος για τη δημιουργία μαγνητικού πεδίου στην περιοχή της δέσμης (κυκλική τροχιά).
3. Διαμορφωμένα μαγνητικά πεδία για την εστίαση.



# Betatron (Wideroe 1923)

Το πεδίο επιτάχυνσης δημιουργείται από τη μεταβολή της μαγνητικής ροής η οποία επιδρά στο "ρεύμα" της δέσμης που διαρρέει τον σωλήνα κενού.



Large betatron built:

$R = 1.23 \text{ m}$

$B_{\text{max}} = 8.1 \text{ kG}$

Magnet weight = 350 tons

$\rho_{\text{max}} = 300 \text{ MeV/c}$

Frequency = 50 - 60 Hz

Κύριο Όριο : Κόρος σιδήρου

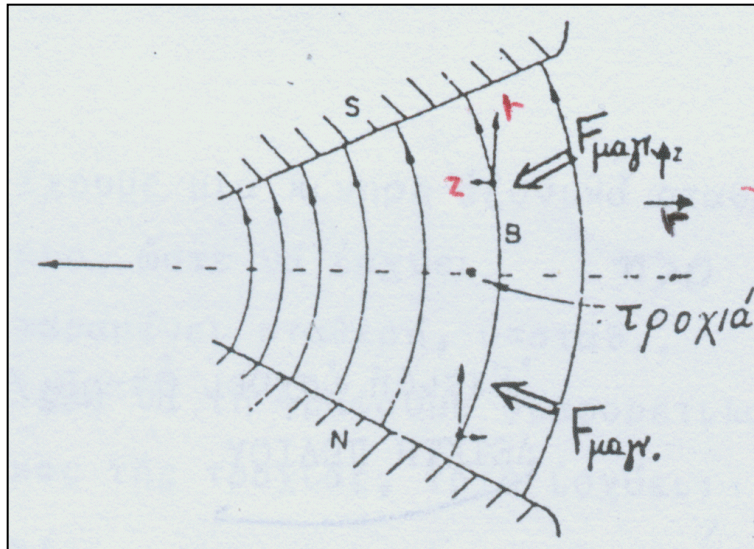
Ο Kerst εφτιαξε το πρώτο βήτατρο το 1940, για ηλεκτρόνια μέχρι 2.3 MeV.

1941 : Οι εγκάρσιες ταλαντώσεις των ηλεκτρονίων στο βήτατρο

# Betatron



# Non-uniform Field Cyclotron



αξονική κίνηση (z)

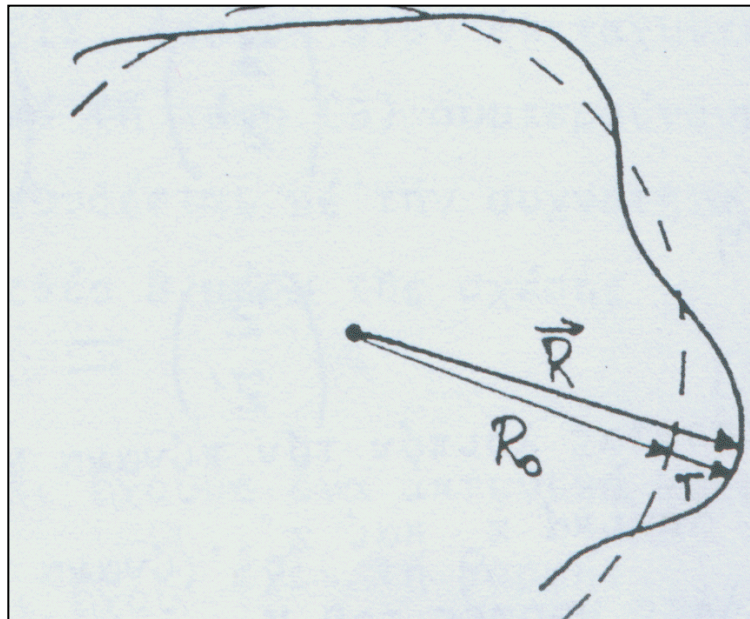
$$z'' + \omega n z = 0$$

$$z = c \cos(\sqrt{n} \omega t) + s \sin(\sqrt{n} \omega t)$$

Ταλαντώσεις βήτατρον

n δείκτης πεδίου

$$n = -\frac{dB/B}{dx/x}, n \in R$$



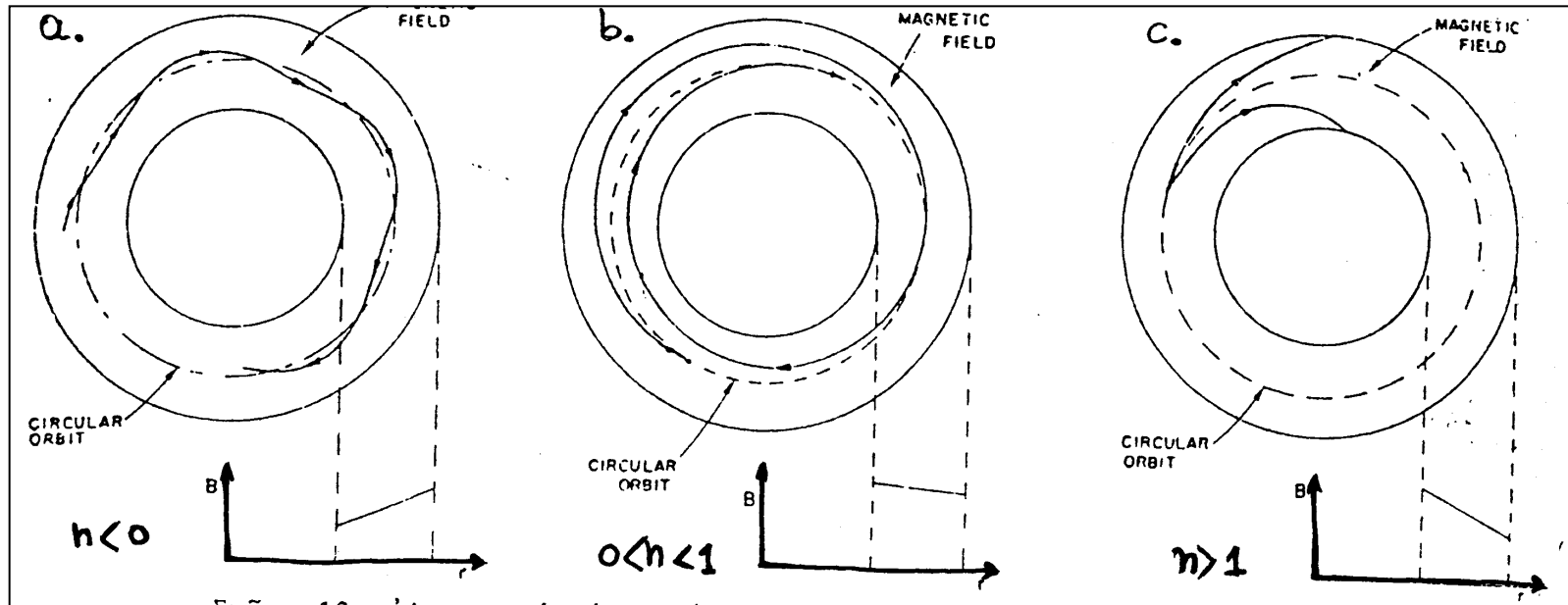
ακτινική κίνηση (r)

$$r'' + \omega^2(1-n)r = 0$$

$$r = A \cos(\sqrt{1-n} \omega t) + B \sin(\sqrt{1-n} \omega t)$$

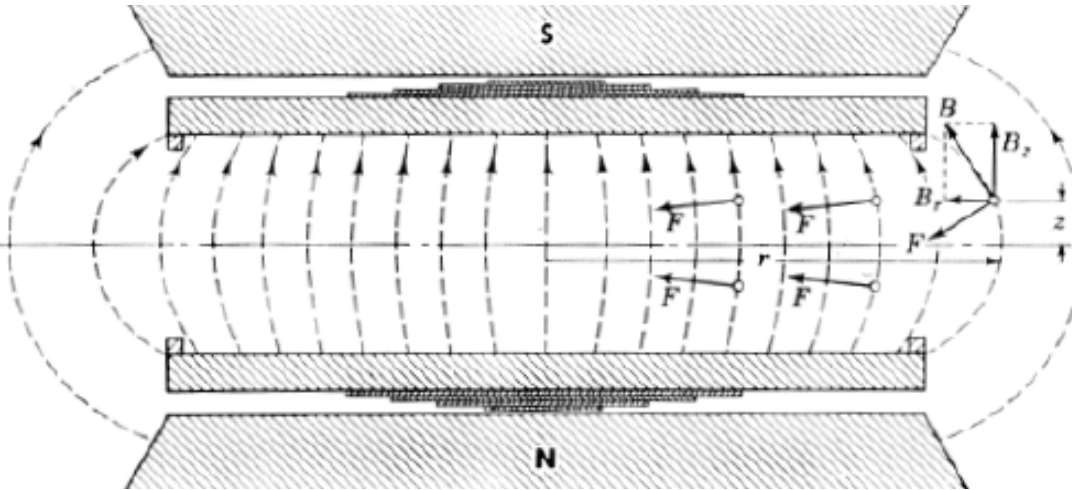
Ταλαντώσεις βήτατρον στο επίπεδο της τροχιάς

# Non-uniform Field Cyclotron



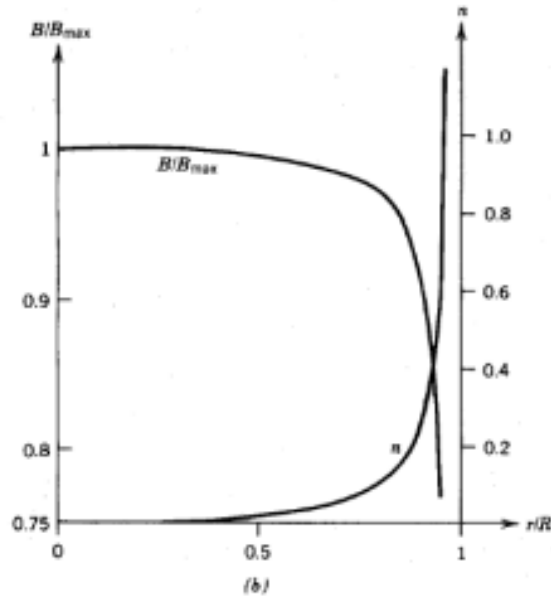
Τροχιά ακτινικής κίνησης σε μη ομογενές μαγνητικό πεδίο για  
διάφορους δείκτες πεδίου  $\eta$ .

# Non-uniform Field Cyclotron



Ταυτόχρονη αξονική & ακτινική εστίαση:

Ασθενής Εστίαση  
(Weak focusing)





# Σχετικιστική περίπτωση

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad , \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$\omega_{rev} = \frac{QB(r)}{\gamma(r)m_0}$$

$\omega_{rev}$  σταθερή μόνο εάν  $B(r)=\gamma(r)B_0$  αυξάνει

Σε αντίθεση με τη μείωση του πεδίου για την κατακόρυφη εστίαση



# Κατακόρυφη εστίαση AVF ή Thomas focusing (1938)

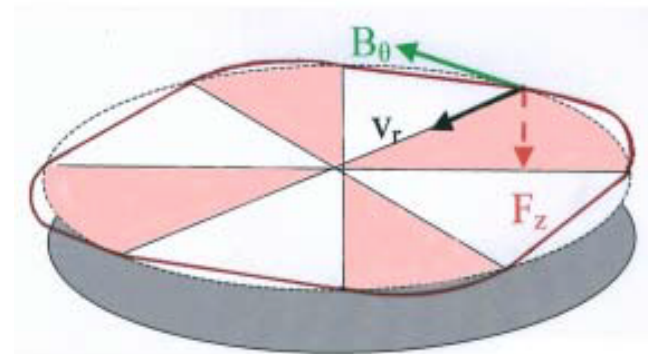
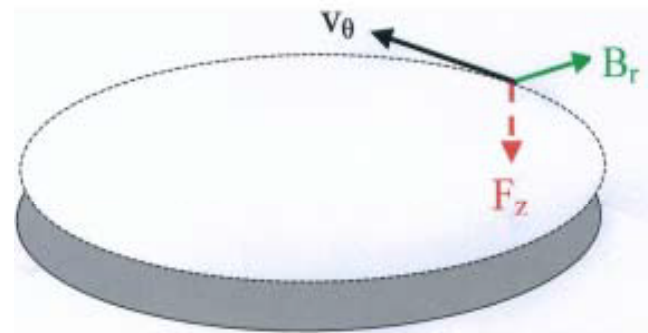
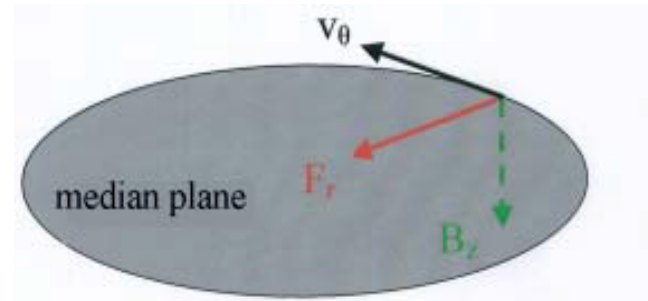
Θα πρέπει να βρούμε ένα τρόπο να αυξήσουμε την κατακόρυφη εστίαση

- $F_r v_\theta B_z$  : το σωματίδιο σε κυκλική τροχιά
- $F_z v_\theta B_r$  : κατακόρυφη εστίαση (μη ικανή)

## Απομένει

- $F_z$  με  $v_r$ ,  $B_\theta$  : πρέπει να βρεθεί μια συνιστώσα στην αζιμουθιακή κατεύθυνση  $B_\theta$  και μια ακτινική συνιστώσα  $v_r$  (που σημαίνει μη κυκλική τροχιά)

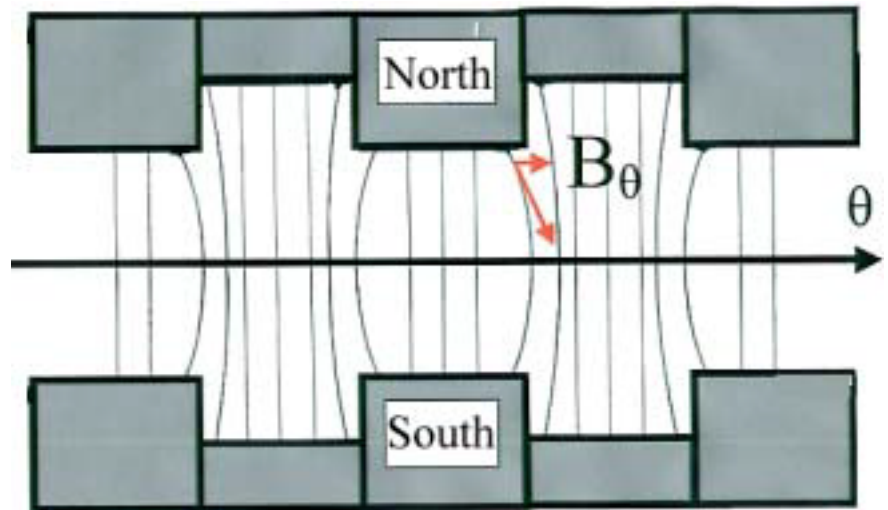
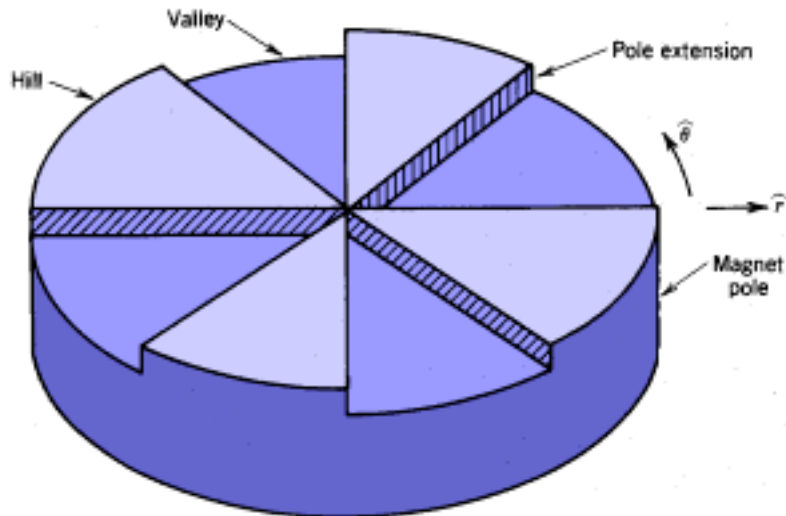
→ Τμήματα (Sectors)



# Azimuthally-Varying-Field (AVF)

$B_\theta$  δημιουργείται :

- Διαδοχικές περιοχές με ισχυρό και ασθενές πεδίο.
- $B_\theta$  εμφανίζεται γύρω από το ενδιάμεσο επίπεδο
  - Κοιλιάδα : μεγάλο κενό, ασθενές πεδίο
  - Λόφος : μικρό κενό, ισχυρό πεδίο.

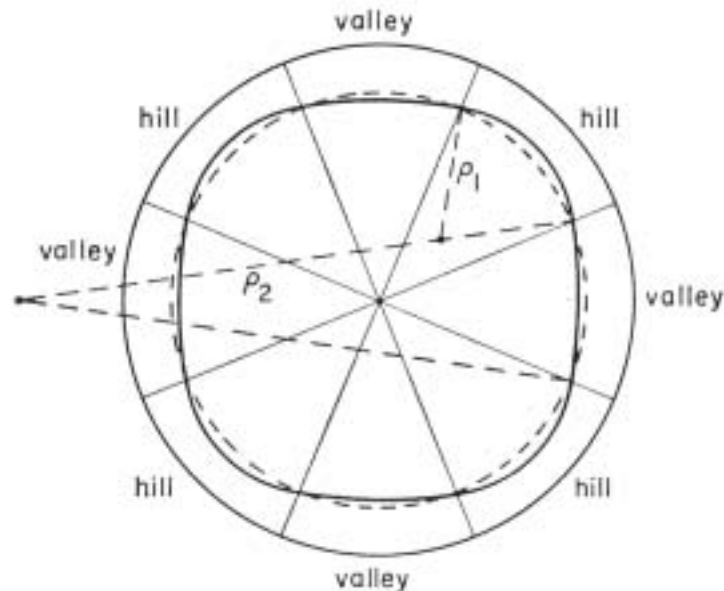




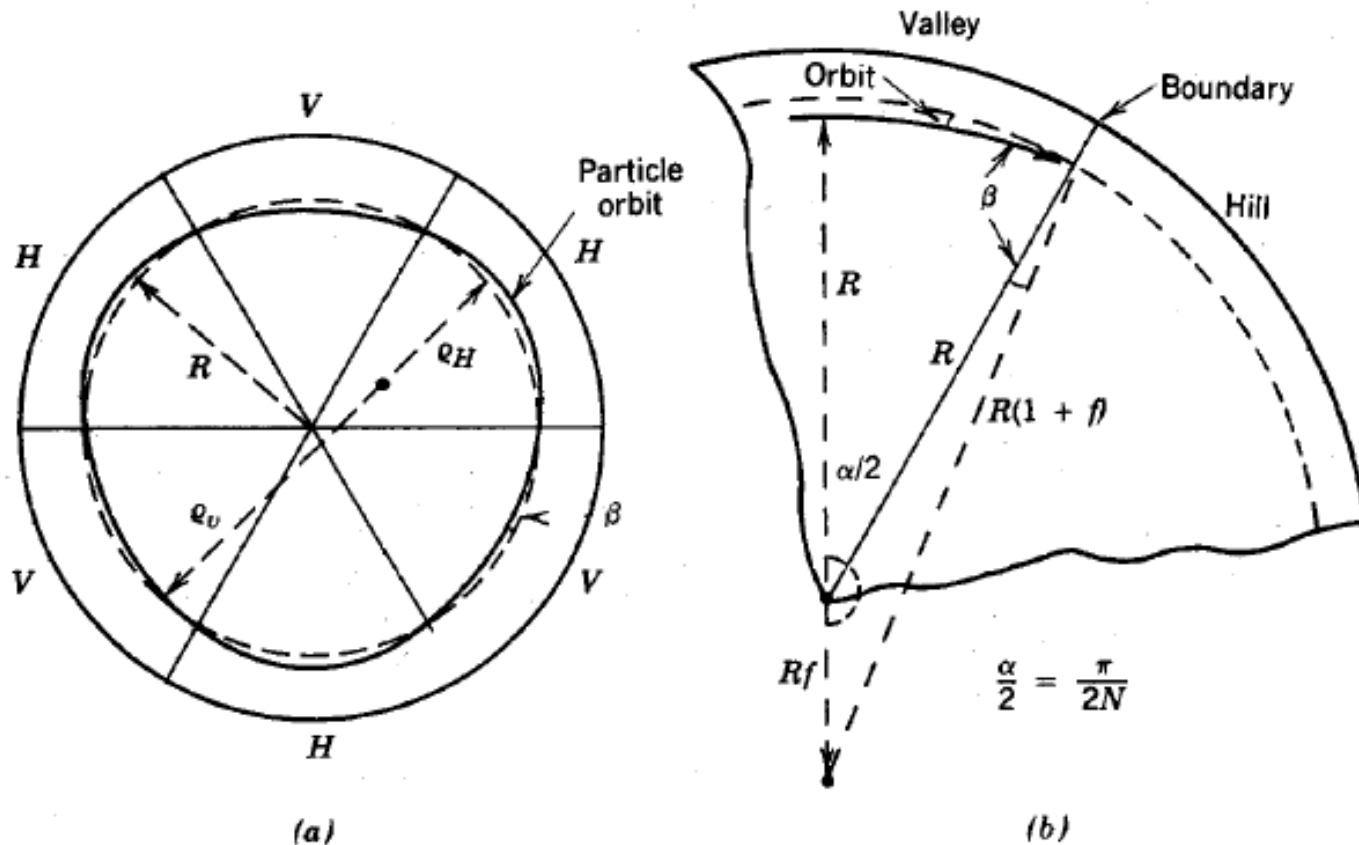
# Azimuthally-Varying-Field (AVF)

$V_r$  δημιουργείται :

- Κοιλιάδα : ασθενές πεδίο, μεγάλη καμπυλότητα τροχιάς
  - Λόφος : ισχυρό πεδίο, μικρή καμπυλότητα τροχιάς
  - Η τροχιά ΔΕΝ είναι κυκλική
  - Η τροχιά δεν είναι κάθετη στην ακμή μεταξύ κοιλάδας-λόφου
- => Κατακόρυφη εστίαση  $F_z \propto V_r B_\theta$



# Azimuthally-Varying-Field (AVF)



**Figure 15.7** Thomas focusing with sharp field region boundaries in the limit of small flutter amplitude. (a) Main orbits: dashed line, uniform field; solid line, field with flutter. (b) Geometry for calculating focusing effect of fringing fields at valley-hill transition.

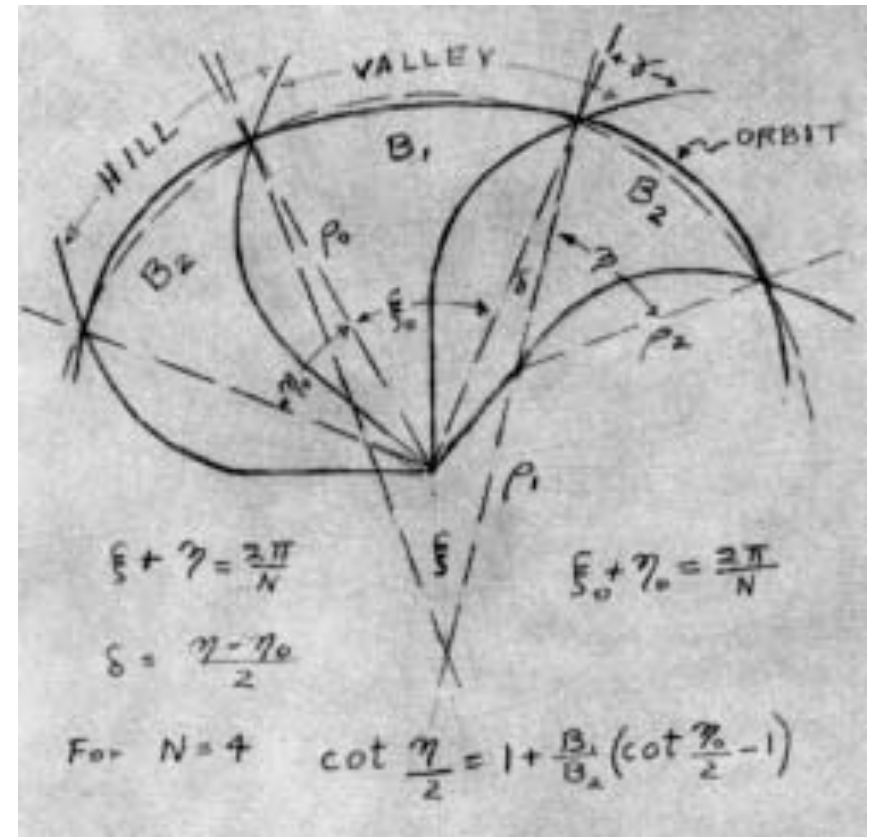
# Spiralled sectors

Το 1954, ο Kerst συνειδητοποίησε ότι οι τομείς ΔΕΝ πρέπει να είναι συμμετρικοί.

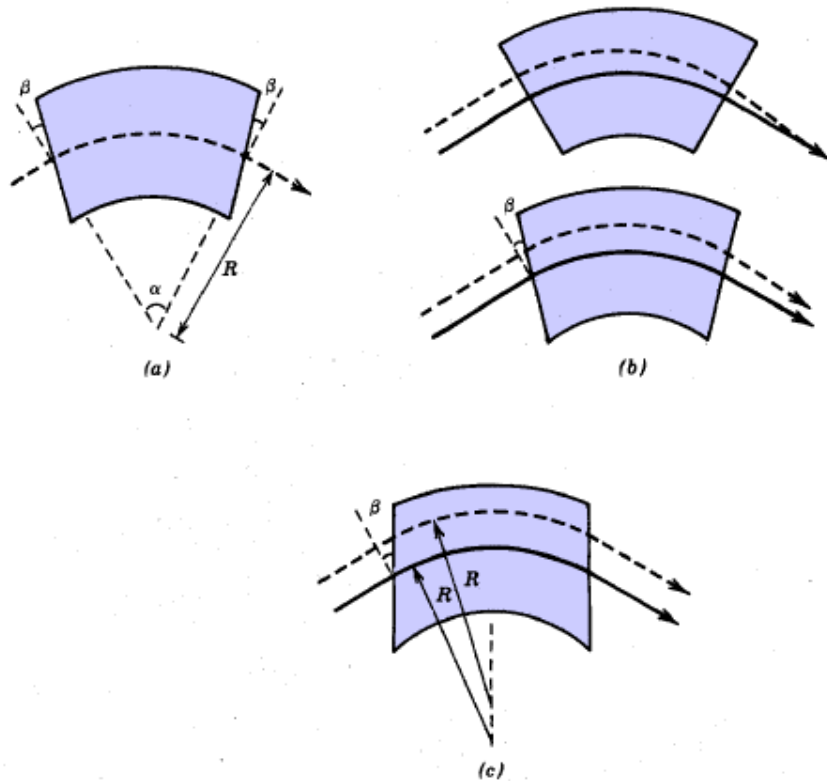
Προσθέτοντας μια κλίση στις πλευρές (γωνία  $\xi$ ) :

- Η μετάβαση κοιλάδα-λόφος γίνεται πιο εστιακή (focusing)
- Η μετάβαση λόφος-κοιλάδα γίνεται λιγότερο εστιακή (defocusing)

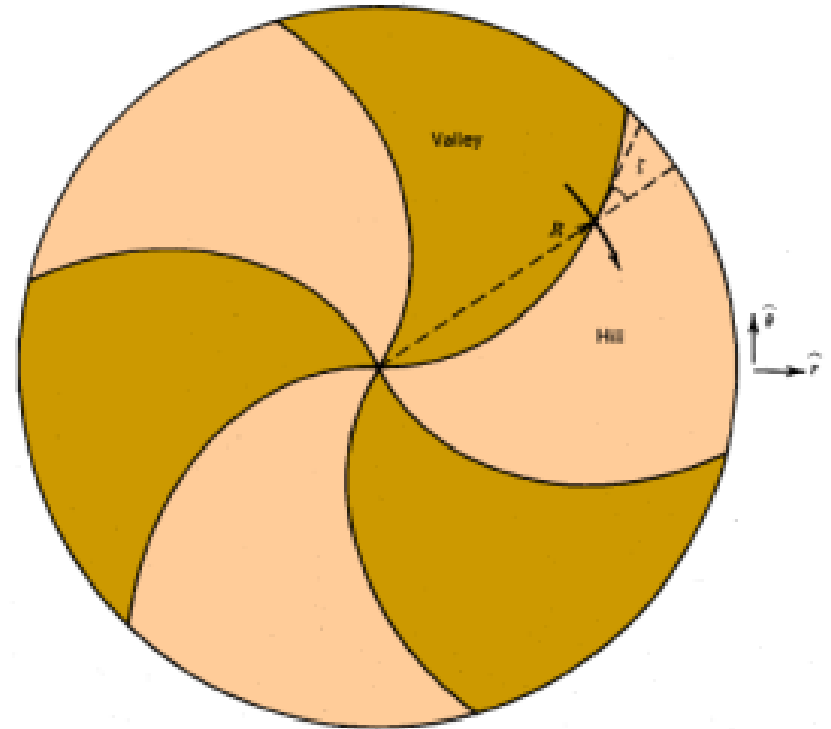
Τελικά, συνολικά επικρατεί η εστίαση.



# Spiralled sectors



**Figure 15.9** Focusing properties of a uniform field sector magnet with inclined boundaries. (a) Definition of angular extent of sector magnet ( $\alpha$ ) and boundary inclination angle ( $\beta$ ) with respect to entering or exiting main particle orbit. (b) Horizontal trajectories of initially parallel particle orbits on main orbit (solid line) and displaced from main orbit (dashed line) with (bottom) and without (top) boundary inclination ( $\beta < \frac{1}{2}\alpha$ ). (c) Horizontal orbits when  $\beta = \frac{1}{2}\alpha$ .



**Figure 15.8** Geometry of magnet pole of spiral cyclotron showing inclination angle  $\Gamma(R)$ .

520 MeV proton, Triumf, Canada

The diameter of the machine is about 18 m



Lower half of the Main Magnet poles



# Separated sector cyclotron

Focusing condition limit:

$$\frac{N^2}{N^2-1} F > -n = \gamma^2 - 1$$

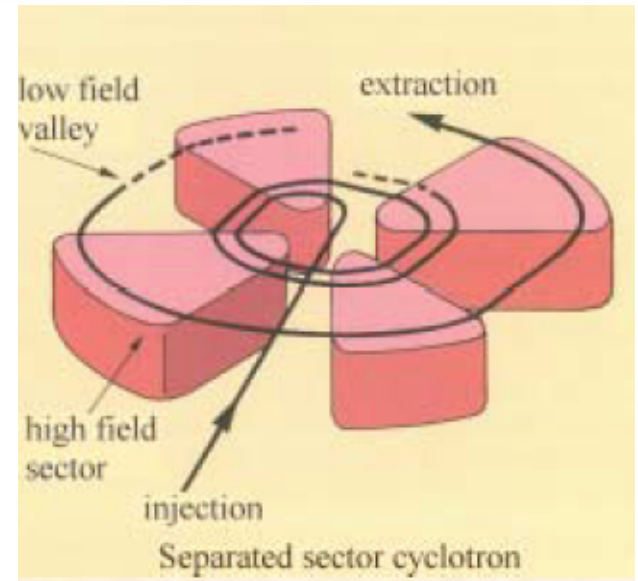
If we aim to high energies:

$$\gamma \nearrow \text{ then } -n \gg 0$$

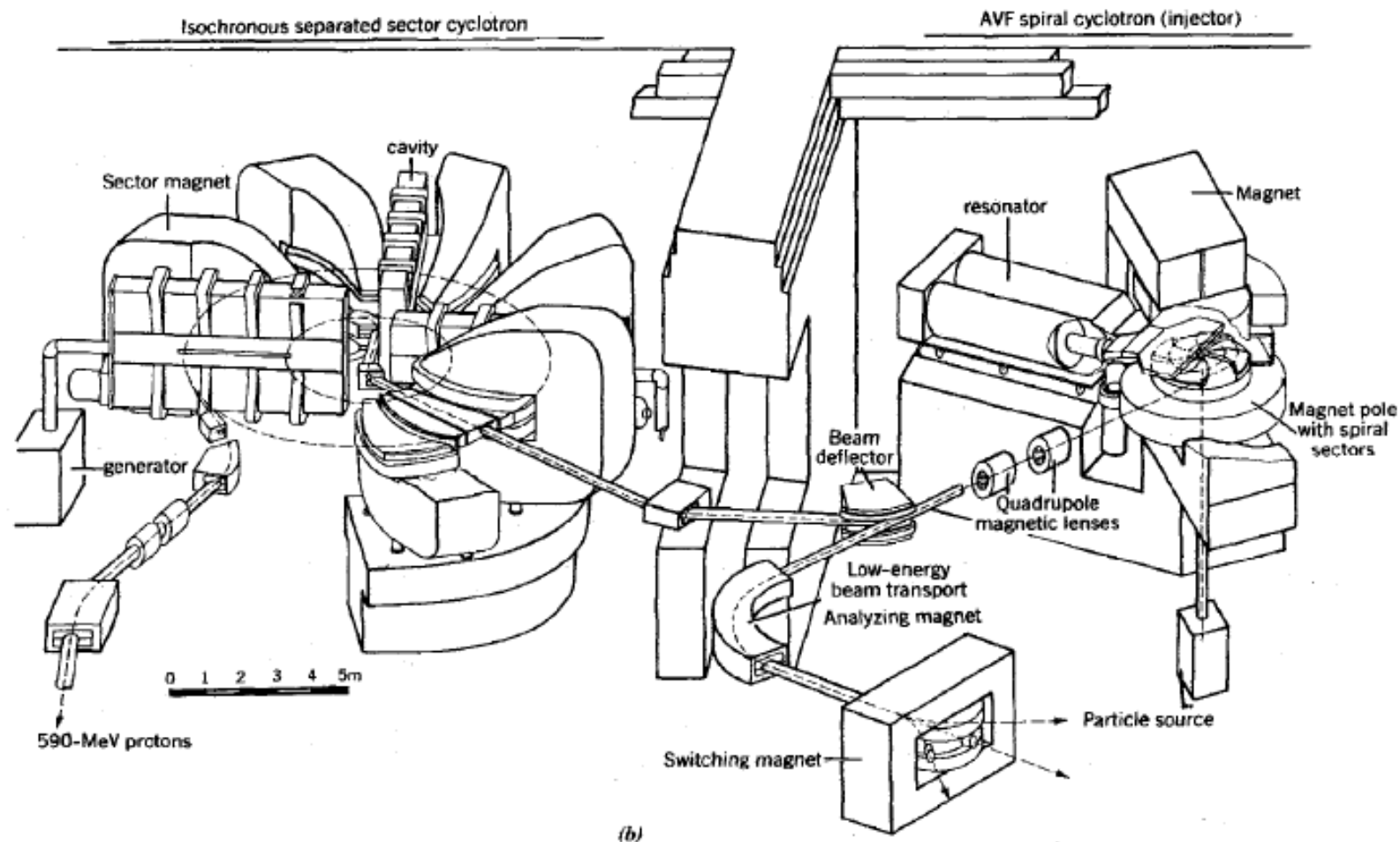
➤ Increase the flutter  $F$ , using separated sectors where  $B_{\text{val}} = 0$

$$F = \frac{(B_{\text{hill}} - B_{\text{val}})^2}{8 \langle B \rangle^2}$$

➡ High energies

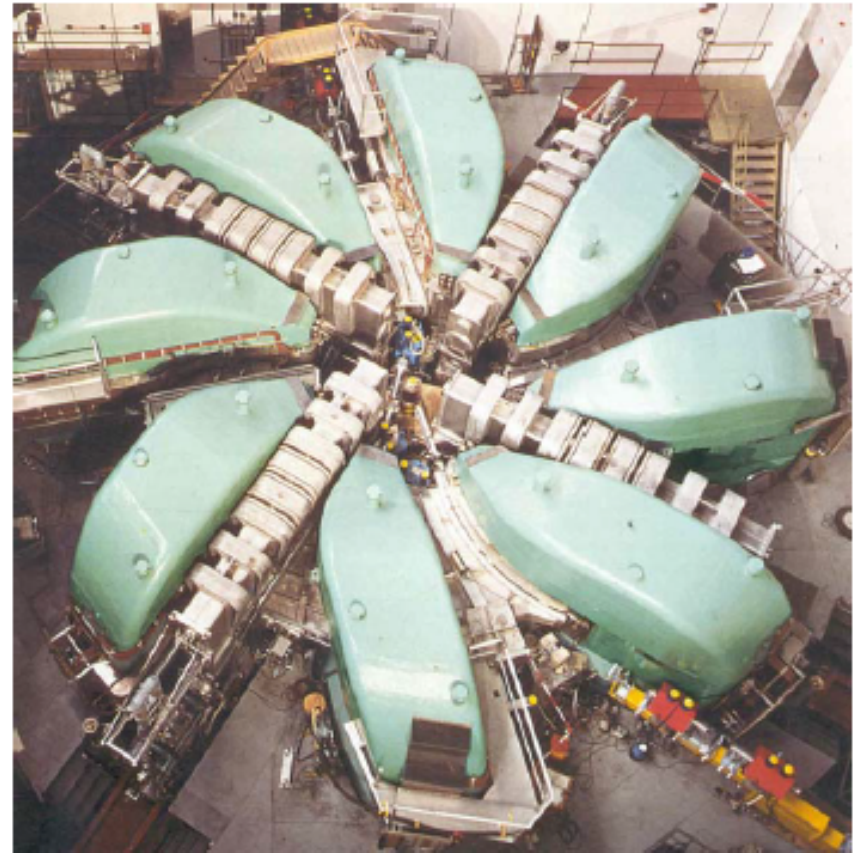
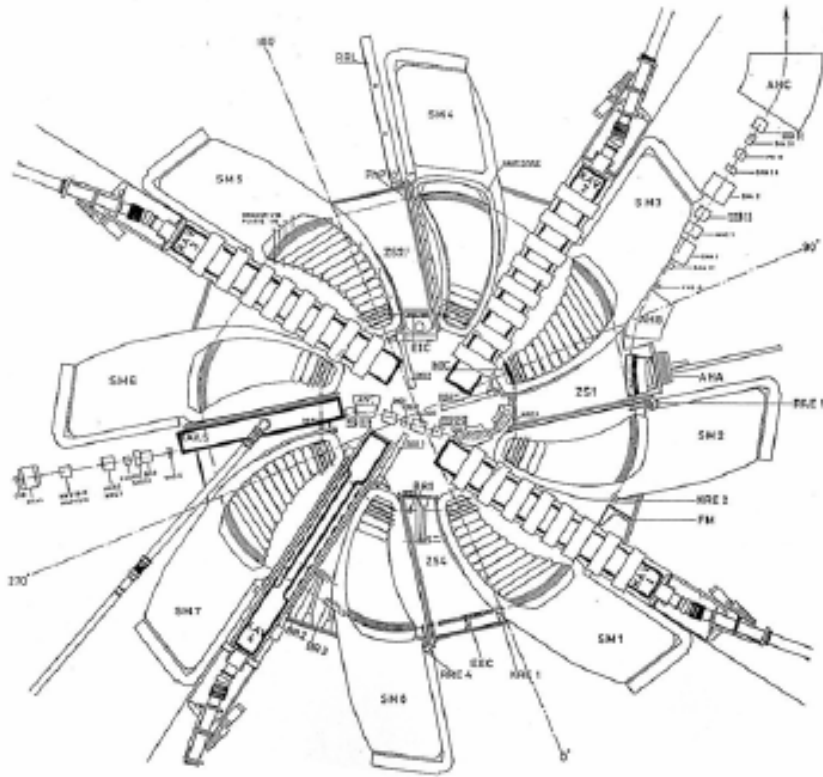


# Separated sector cyclotron



**Figure 15.13** SIN Cyclotron. (a) Scale drawing, showing injector AVF cyclotron with spiral extensions of magnet pole and separated sector cyclotron with spiral field boundaries. (b) Overhead view of field boundaries in separated sector cyclotron with calculated proton orbits at 75, 177, 279, 381, 483, and 585 MeV. (Courtesy W. Joho, Swiss Institute for Nuclear Studies.)

## An example of a separate sector cyclotron: the PSI ring cyclotron



*Fig. 21: A typical 'Separated Sector Cyclotron' (SSC), median plane view (left), and photo (right). Shown is the PSI 590 MeV (p) ring cyclotron, with 8 sector magnets and 4 accelerating cavities*



# Όρια για p/ions σε Linacs

---

Τα στοιχεία επιτάχυνσης και οι πηγές ισχύος είναι ακριβά και χρησιμοποιούνται για ένα πέρασμα της δέσμης

Για μεγαλύτερες ενέργειες οι linacs γίνονται πολύ μεγάλοι

( $\sim 2\text{MeV/m} \rightarrow 200\text{ MeV protons} \rightarrow 100\text{m}$  )

Ενέργεια δέσμης δεν αλλάζει

Σωματίδια με διαφορετικό  $Z/A$  δύσκολα επιταχύνονται.

Δεν μπορεί να αποθηκευτεί η δέσμη

Μπορεί να δώσει μια “περίπου” συνεχή δέσμη

# Όρια για cyclotrons

---

Για υψηλές ενέργειες οι μαγνήτες γίνονται τεράστιοι

-Superconducting cyclotrons

Για σχετικιστικά σωματρία χάνεται η συνθήκη συγχρονισμού

-Synchro-cyclotrons

Ακόμη και με βελτιώσεις περιορισμός στην ενέργεια ( $p < 1\text{GeV}$ )

Ενέργεια δέσμης είναι σταθερή (fixed)

Δεν μπορεί να αποθηκευτεί η δέσμη

Μπορεί να δώσει μια “περίπου” συνεχή δέσμη

# Synchrotrons / Storage Rings / Colliders

Wideroe 1943, McMillan, Veksler 1944,  
Courant, Livingston, Snyder 1952

## Βασική Ιδέα:

- Ορίζεται μια κυκλική τροχιά των σωματιδίων,
- η δέσμη των σωματιδίων διατηρήτε σε τροχιά κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης,
- οι μαγνήτες τοποθετούνται στην τροχιά για να καθοδηγούν και να εστιάζουν τη δέσμη.



# Luminosity (Φωτεινότητα)

Μέτρο του ρυθμού της αντίδρασης ανά μονάδα ενεργούς διατομής.

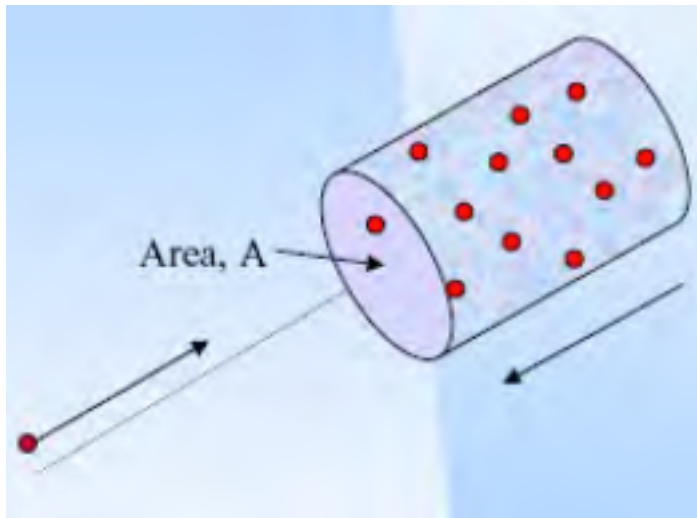
Δύο κυλινδρικά πακέτα (bunches) με επιφάνεια  $A$ . Κάθε σωματίδιο στο ένα πακέτο βλέπει ένα μέρος  $N\sigma/A$  του άλλου πακέτου.

( $\sigma$ =interaction cross section).

Ο αριθμός των αλληλεπιδράσεων των δύο πακέτων είναι  $N^2\sigma/A$ .

Έστω ότι συναντώνται  $f$  φορές/s

Ρυθμός αντίδρασης  $R = f N^2\sigma/A$ ,



Luminosity

$$L = f \frac{N^2}{A}$$

Fermilab p-pbar collider has

$$L \sim 10^{30} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}.$$

LHC  $L \sim 10^{33} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}.$