

Επιταχυντές και Ανιχνευτές στην Πυρηνική και Σωματιδιακή Φυσική

Κ.Κορδάς Δ. Σαμψωνίδης

Διαλεξη 2η

Γιατί χρειαζόμαστε τους επιταχυντές

Μικροσκοπία της ύλης

ακτινοβολία γ

Για μήκος κύματος $\lambda < 10^{-15}$ $\rightarrow E_\gamma = h\nu = hc/\lambda = 2 \times 10^{-10}$ J (1.2 GeV)

Με ακτινοβολία πέδησης e: $E_e = eU$ ($E_e > E_\gamma$) $\Rightarrow U > E_e/e = 1.2 \times 10^9$ V

Μήκος κύματος σωματιδίων (Φωτονίου, Ηλεκτρονίου, Πρωτονίου, ...): (de Broglie, 1923)

$$\lambda = h / p = hc / E \quad (= 1.2 \text{ fm} / p [\text{GeV}/c] , 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m})$$

Μεγαλύτερη ορμή \rightarrow Μικρότερο μήκος κύματος \rightarrow Μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα

Γιατί χρειαζόμαστε τους επιταχυντές

Παραγωγή νέων σωματιδίων

Ενέργεια σε Υλη : Einstein (1905)

Μεγαλύτερη Ενέργεια -> παραγωγή σωματιδίων μεγαλύτερης μάζας.

$$E=mc^2$$

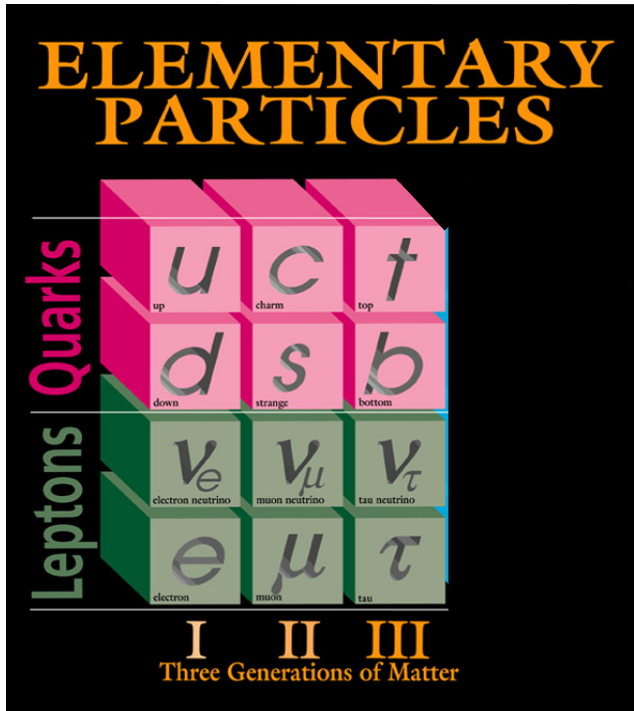
π.χ. δίδυμη γένεση: $E_\gamma > 2m_e c^2 = 1.637 \times 10^{-13} \text{ J} = 1.02 \text{ MeV}$

Ηλεκτρόνιο	e :	$E_o = 0.511 \text{ MeV}$
Πρωτόνιο	p :	$E_o = 938 \text{ MeV}$
b quark	b :	$E_o = 4735 \text{ MeV}$
Μποζόνιο	Z:	$E_o = 91\,190 \text{ MeV}$
t quark	t :	$E_o = 174000 \text{ MeV}$

Σωματίδια -> c -> δεν αυξάνεται η ταχύτητα αλλά η μάζα

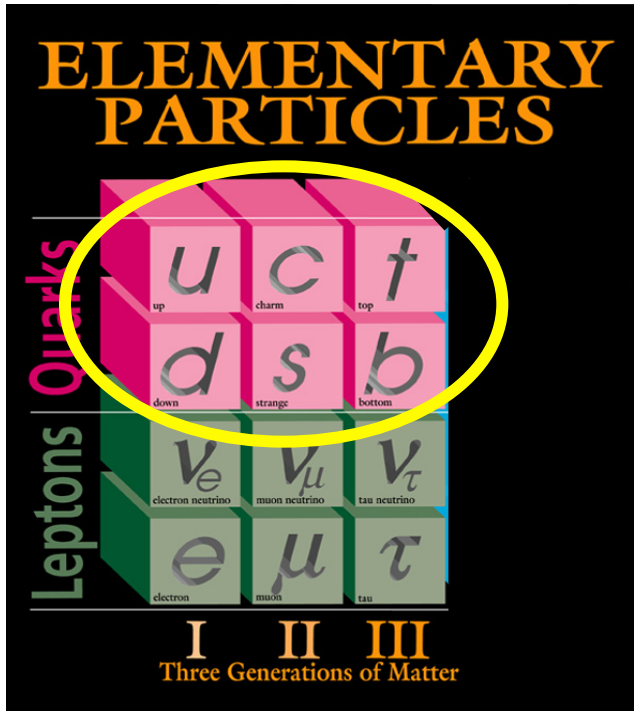
$$E = mc^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_o c^2$$

Στοιχειώδη Σωματίδια

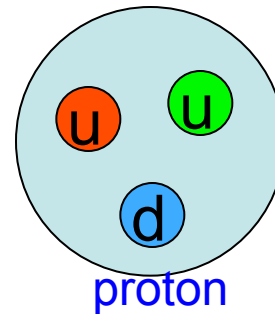


Υπάρχουν μόνο 12 στοιχειώδη σωματίδια δομικά στοιχεία της ύλης. – 6 quarks και 6 λεπτόνια.

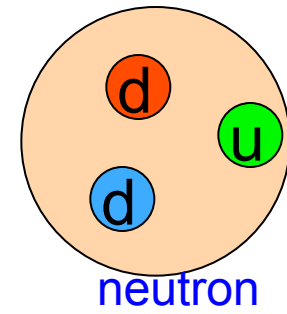
Στοιχειώδη Σωματίδια



Τα Quarks είναι τα συστατικά των πρωτονίων και των νετρονίων.



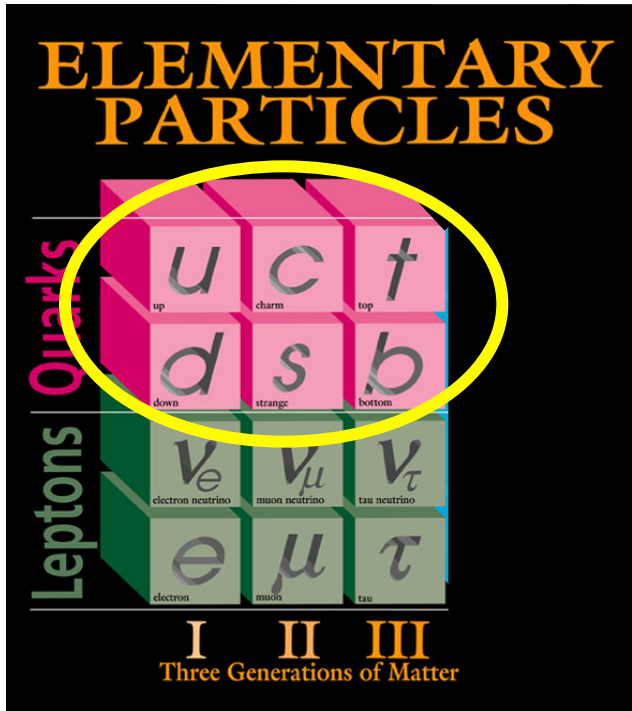
proton



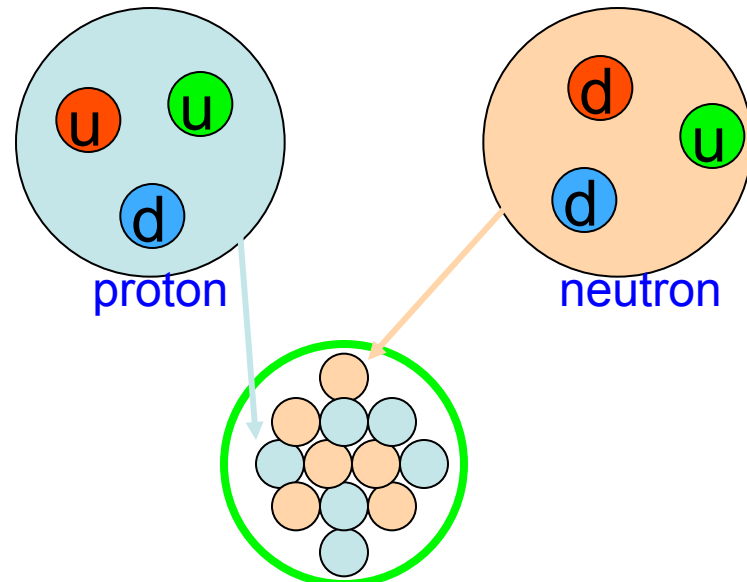
neutron

Υπάρχουν τρία σχεδόν όμοια ζεύγη quarks:
("up"=u and "down" =d),
και άλλα βαρύτερα ζεύγη
("charm"=c and "strange"=s),
("top"=t and "bottom"=b)

Στοιχειώδη Σωματίδια

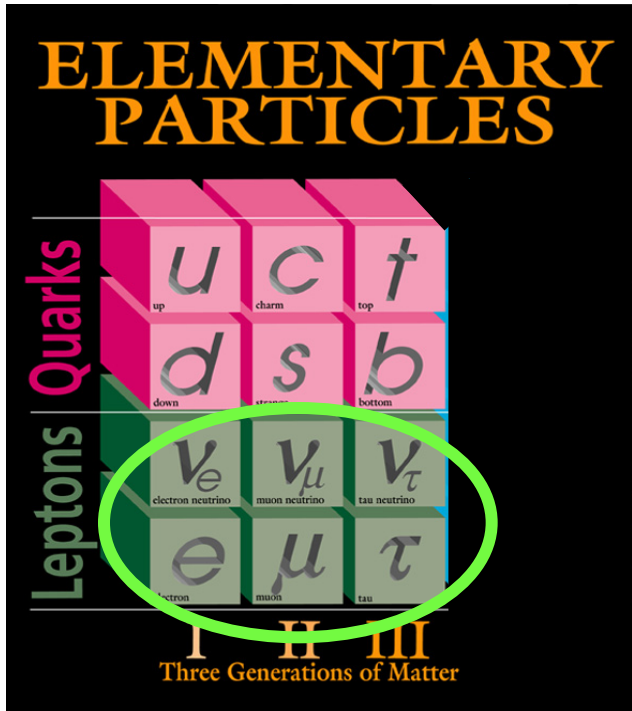


Τα Quarks είναι τα συστατικά των πρωτονίων και των νετρονίων.



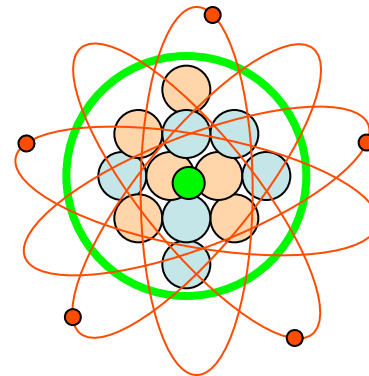
Πυρήνας άνθρακα
(6 protons και 6 neutrons)

Στοιχειώδη Σωματίδια



Το ηλεκτρόνιο είναι λεπτόνιο, περιστρέφεται γύρω από τον ατομικό πυρήνα και είναι υπεύθυνο για τις χημικές ιδιότητες, τα ηλεκτρονικά κ.λ.π.

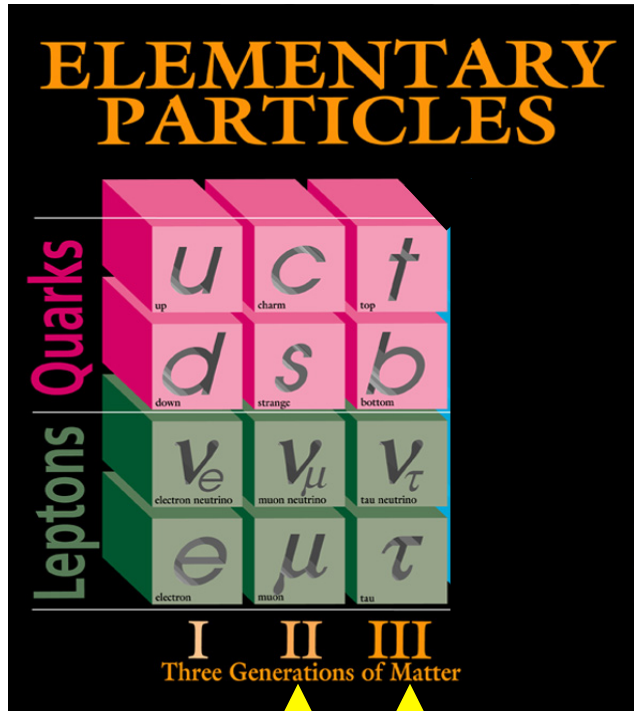
Το νεutrίνο (ηλεκτρονικό) ν_e εμφανίζεται στη β διάσπαση.



Και πάλι υπάρχουν τρία ζεύγη λεπτονίων (e, n_e), (m, n_m), (t, n_t).

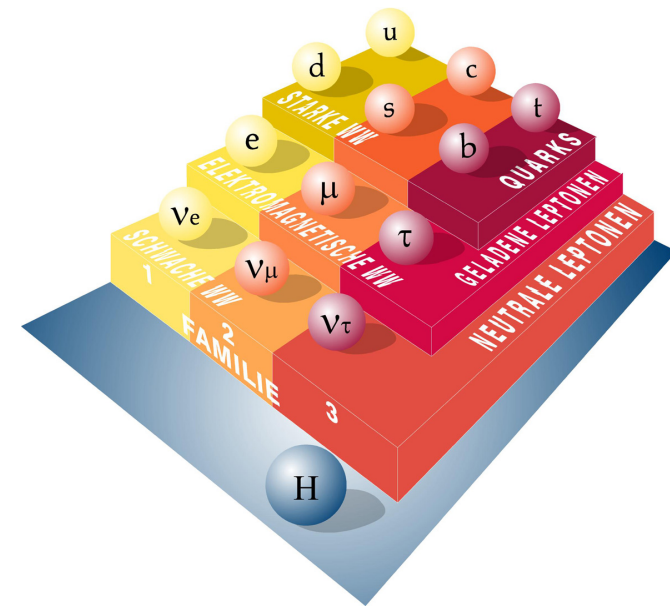
ηλεκτρόνιο, μίονιο, ταυ.

Στοιχειώδη Σωματίδια

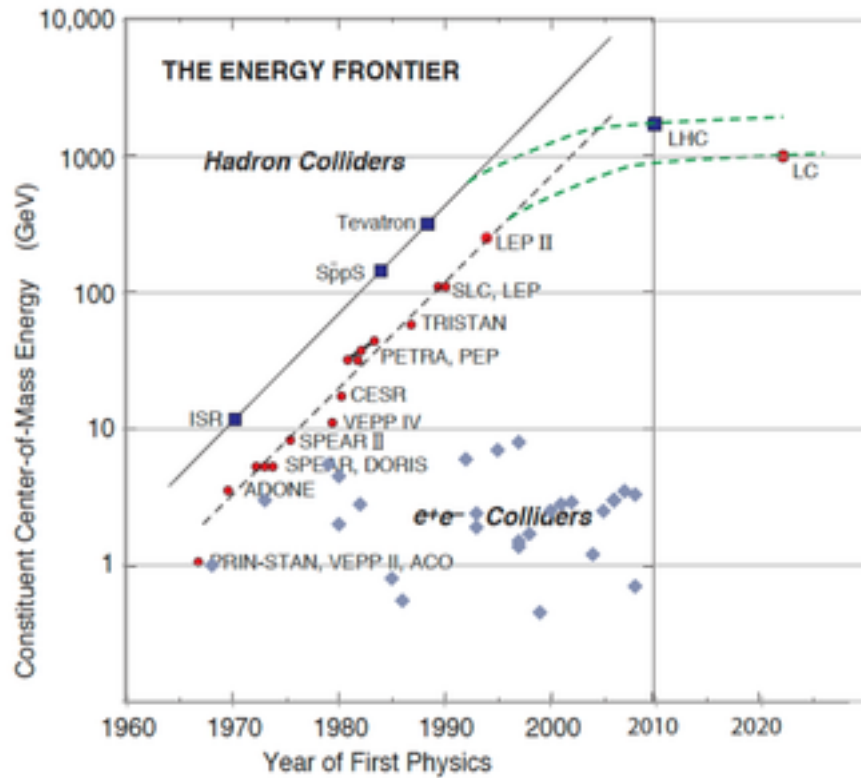


Γιατί υπάρχουν η δεύτερη και τρίτη γενιά
Τρίτη των quarks και των λεπτονίων;

Η “κοινή” ύλη χρησιμοποιεί μόνο την
πρώτη γενιά. (u,d), (e, n_e).

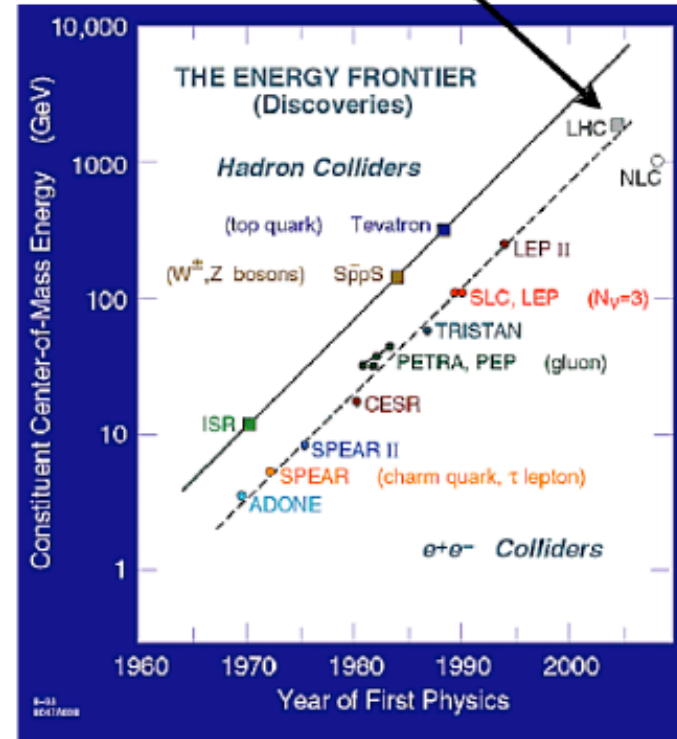
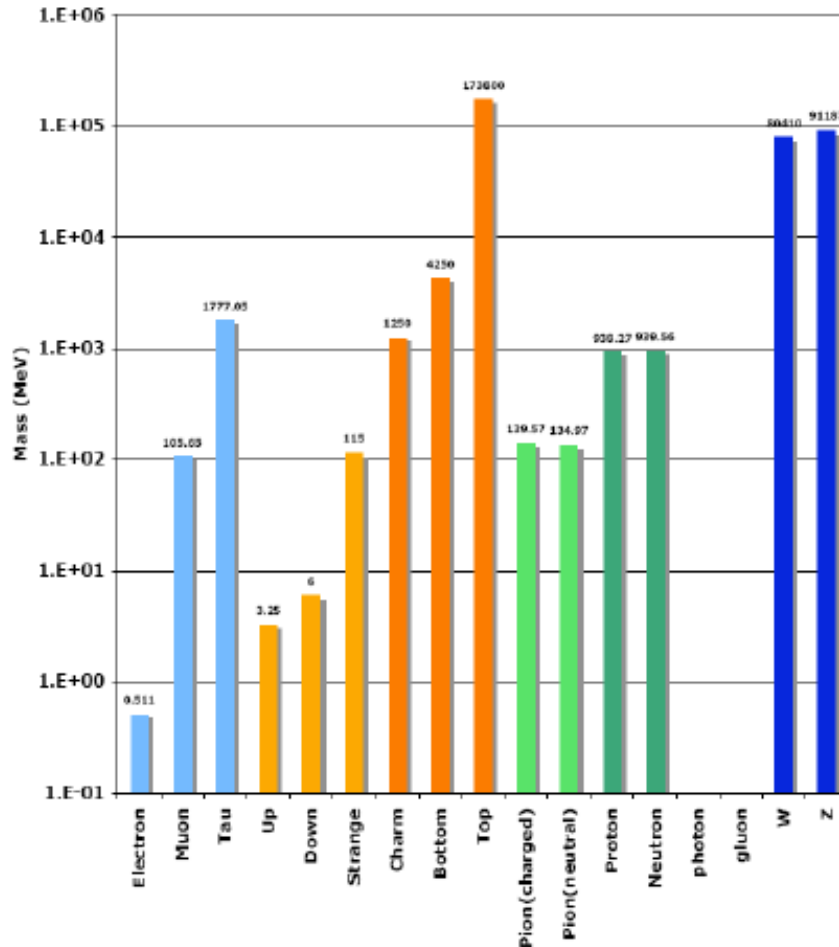


Εξέλιξη των επιταχυντών



Εξέλιξη των επιταχυντών

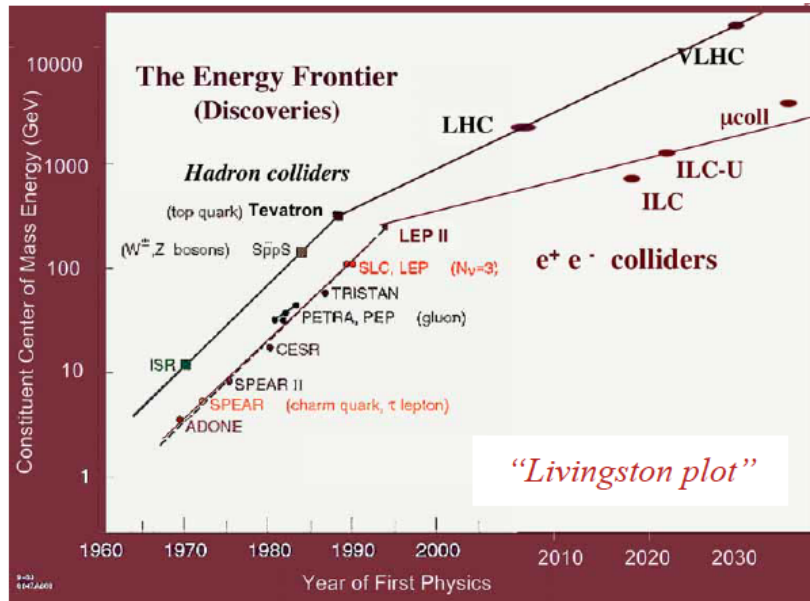
Higgs and super-symmetry ?
Or something else maybe



Behind the history plot is hidden the technological development required for each step

Obs: you can notice different particle species used in the different colliders
electron-positrons and hadron colliders (either $p\bar{p}$ as Tevatron, $p\bar{p}$ as LHC)

Εξέλιξη των επιταχυντών



30.09.2011: End of an era as Fermilab's Tevatron accelerates its last beam

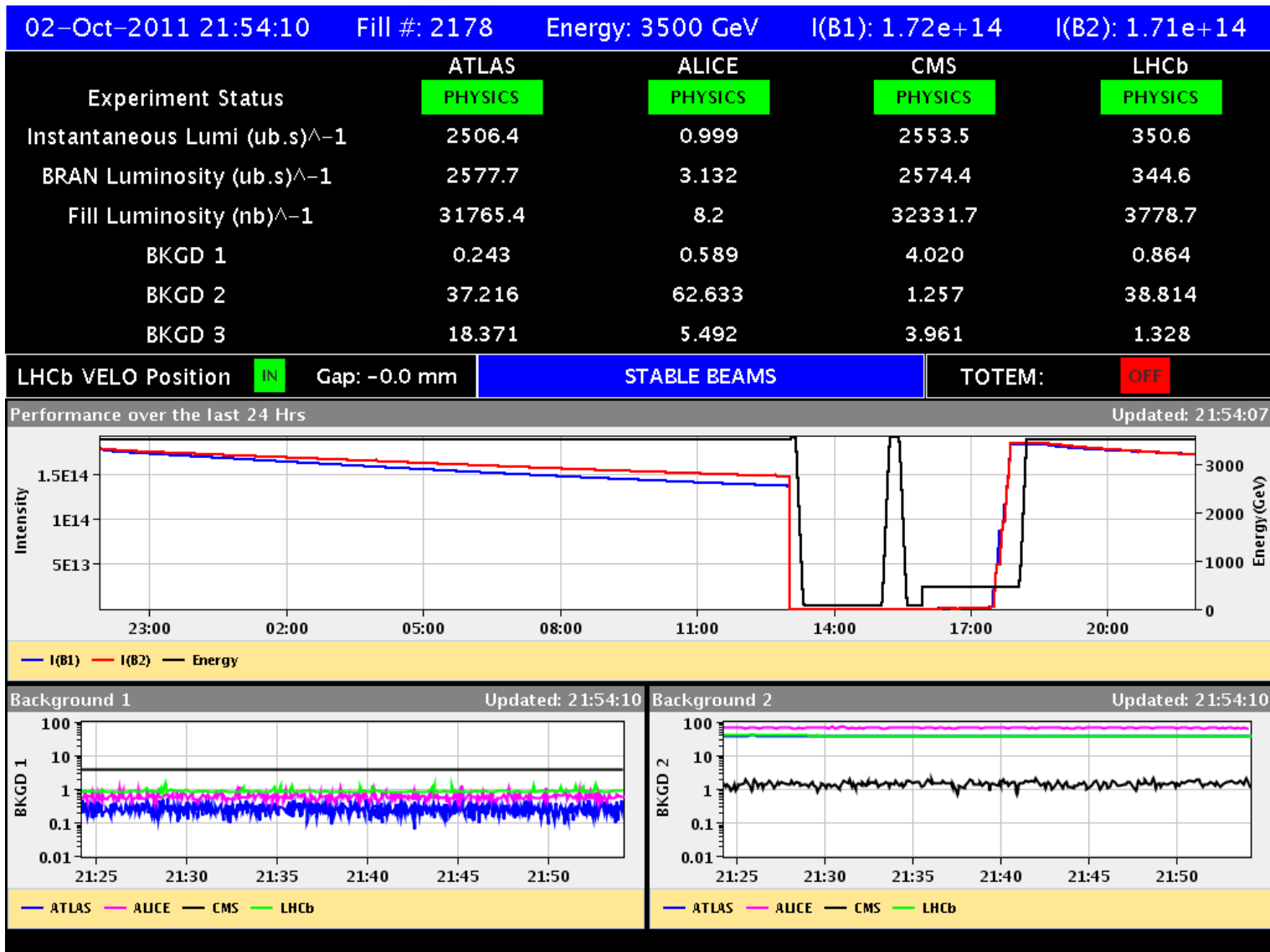


View of the Tevatron. Photo: Reidar Hahn / Fermilab.

Today the Tevatron particle accelerator at Fermi National Accelerator Laboratory in Batavia, Illinois, USA, will shut down after more than two decades at the forefront of high-energy physics. CERN's Large Hadron Collider will continue the adventure, advancing research at the high-energy frontier.

Starting at 9pm CEST today (2pm US Central), Fermilab will provide a half-hour live broadcast of shutdown activities in the control rooms for the accelerator and the two collider experiments, CDF and DZero. Fermilab Director Pier Oddone will speak about the Tevatron's legacy and the future of Fermilab.

More about the Tevatron's scientific legacy and Fermilab's future program is available in the October issue of the [CERN Courier](#).



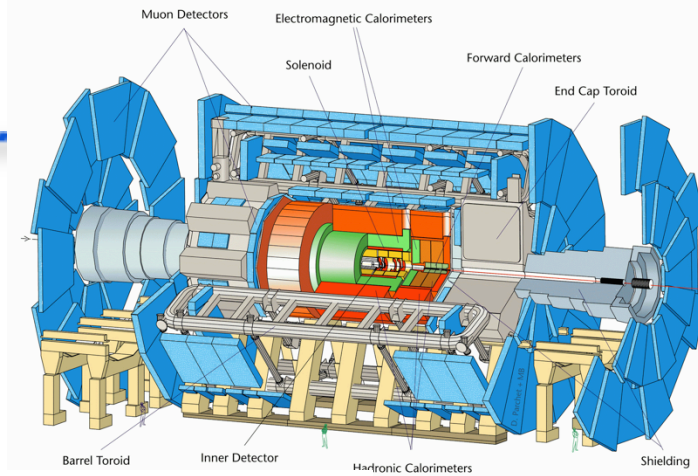
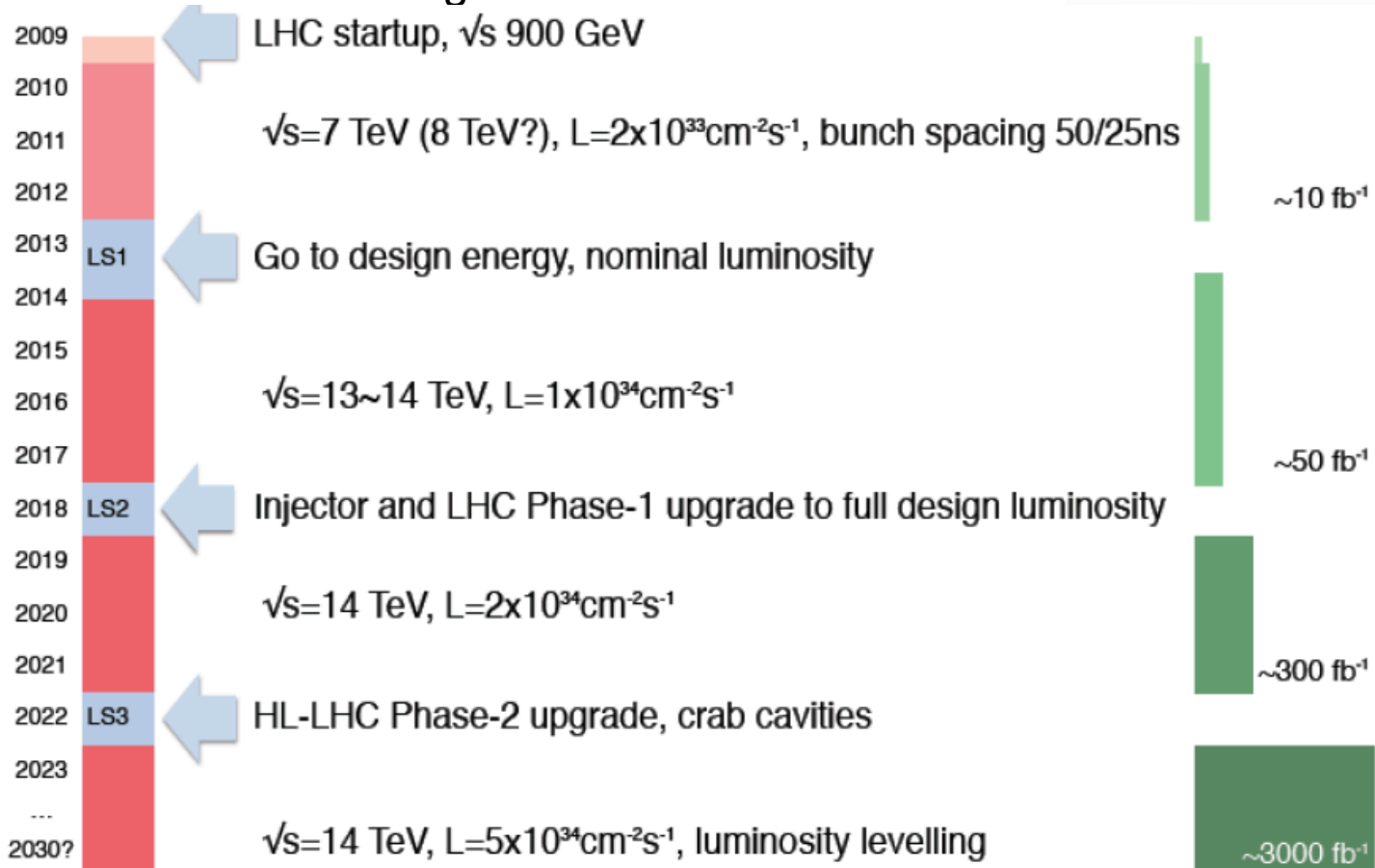
ATLAS upgrade for the s-LHC

LHC upgrade to happen in two phases

$$L_1 \sim 3 L_{\text{LHC}} (\sim 2014)$$

$$L_2 \sim 10 L_{\text{LHC}} (\text{s-LHC} > 2018)$$

Bunch Crossing = 25 ns



Σωματιδιακή Φυσική γύρω στα 1900

- Φορτισμένα σωματρία παράγονται σε εκκενώσεις σε αέρια
 - Αρνητικά φορτία : καθοδικές ακτίνες → (Thomson).
 - Θετικά φορτία : 1700 φορές βαρύτερα από τα ηλεκτρόνια.
- Στοιχεία
 - Ατομικός αριθμός Z → μάζα, χημικές ιδιότητες
 - Φάσματα εκπομπής
- Ραδιενέργεια
- Ακτινοβολία α , β και γ : διείσδυση στην ύλη, φορτίο, μάζα.
- Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (ραδιοκύματα, φως)
- Ακτίνες-Χ
- Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο
- Άτομα : ασαφής εικόνα της δομής
 - βαριά θετικά φορτισμένα σωματίδια
 - ηλεκτρόνια



Σωματιδιακή Φυσική γύρω στα 1900

- Φορτισμένα σωματρία παράγονται σε εκκενώσεις σε αέρια
 - Αρνητικά φορτία : καθοδικές ακτίνες → (Thomson).
 - Θετικά φορτία : 1700 φορές βαρύτερα από τα ηλεκτρόνια.
- Στοιχεία
 - Ατομικός αριθμός Z → μάζα, χημικές ιδιότητες
 - Φάσματα εκπομπής
- Ραδιενέργεια
- Ακτινοβολία α , β και γ : διείσδυση στην ύλη, φορτίο, μάζα.
- Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (ραδιοκύματα, φως)
- Ακτίνες-Χ
- Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο
- Άτομα : ασαφής εικόνα της δομής
 - βαριά θετικά φορτισμένα σωματίδια
 - ηλεκτρόνια



Σωματιδιακή Φυσική (ιστορία)

- Σκέδαση Rutherford (1911)
- Σκέδαση α-σωματιδίων σε χρυσό

$$\frac{d\sigma}{d\vartheta} = \left(\frac{Q_1 Q_2}{16\pi\epsilon_0 E_{\text{kin},1}} \right)^2 \frac{2\pi \sin \vartheta}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

- Μάζα και θετικό φορτίο συγκεντρωμένα σε ένα πυρήνα (σημειακό).
- Απόκλιση σε μικρές γωνίες σκέδασης
- Απόκλιση σε μεγάλες γωνίες σκέδασης
- Υπόθεση: ο πυρήνας αποτελείται από πρωτόνια και ηλεκτρόνια, δεν συμπίπτει με την αρχή απροσδιοριστίας

Σωματιδιακή Φυσική (ιστορία)

• Διάσπαση του ατόμου Li (14 Απρ. 1932)



Η αρχή της ιστορίας των επιταχυντών.....

John Cockcroft, Ernest Walton (Nobel Prize in Physics 1951)



Εξισώσεις του Maxwell
&
Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας

Τι είναι ηλεκτρομαγνητισμός ;

- Η μελέτη εξισώσεων Maxwell, που επινοήθηκαν το 1863 για να περιγράψουν τις σχέσεις μεταξύ των ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων παρουσία ηλεκτρικών φορτίων και ρευμάτων, είτε σταθερών είτε γρήγορα μεταβαλλόμενων, σε κενό είτε στην ύλη.
- Οι εξισώσεις αντιπροσωπεύουν τον πιο κομψό και συνοπτικό τρόπο να περιγραφούν οι βασικές αρχές του ηλεκτρισμού και του μαγνητισμού. Συσχετίζουν με ένα συνεπή τρόπο τα αποτελέσματα προγενέστερων εργασιών των Gauss, Faraday, Ampère, Biot, Savart και άλλων.
- Οι εξισώσεις του Maxwell είναι σε τέλεια συμφωνία με τους μετασχηματισμούς της ειδικής σχετικότητας

Εξισώσεις Maxwell

- Συσχετίζει Ηλεκτρικά και Μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από φορτία και ηλεκτρικά ρεύματα.



$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$c^2 \nabla \times \vec{B} = \frac{\vec{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

\mathbf{E} = ηλεκτρικό πεδίο

\mathbf{B} = μαγνητικό πεδίο

ρ = πυκνότητα φορτίου

\mathbf{j} = πυκνότητα ρεύματος

μ_0 (μαγν. διαπερατότητα του κενού) = $4\pi \cdot 10^{-7}$

ϵ_0 (ηλεκτρ. διαπερατότητα του κενού) = $8.854 \cdot 10^{-12}$

c (ταχύτητα φωτός) = $2.99792458 \cdot 10^8$ m/s

- ΣΤΟ ΚΕΝΟ : $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

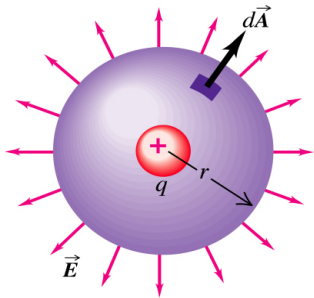
1^η εξίσωση Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- Ισοδύναμο του νόμου του Gauss (στατικά + δυναμικά):

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \iiint_V \nabla \cdot \vec{E} dV = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- Η ροή του ηλεκτρικού πεδίου από μια κλειστή επιφάνεια είναι ανάλογη του συνολικού φορτίου Q που περικλείει η επιφάνεια.
- Ένα σημειακό φορτίο q δημιουργεί ένα ηλεκτρικό πεδίο

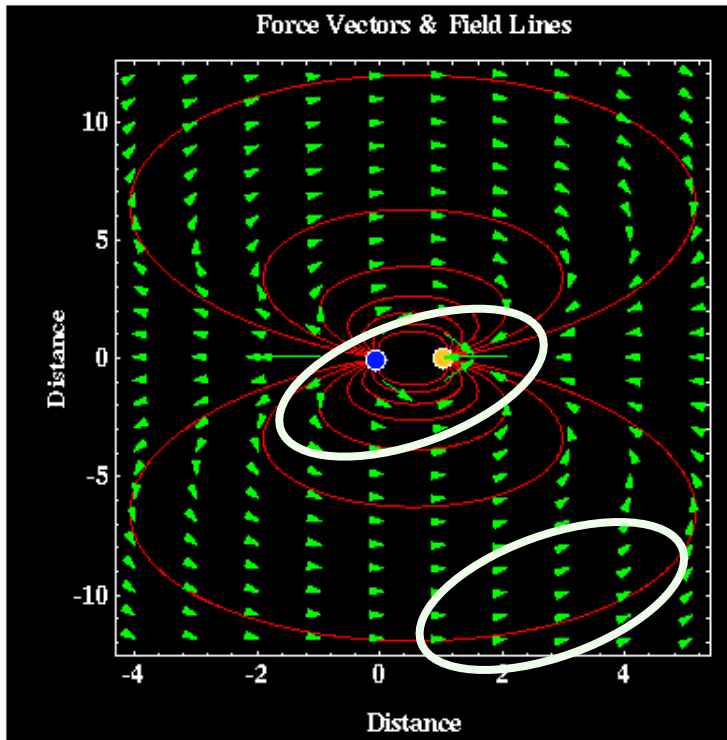


Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$
$$\iint_{\text{sphere}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \iint_{\text{sphere}} \frac{dS}{r^2} = \frac{q}{\epsilon_0}$$



Το επιφανειακό ολοκλήρωμα δίνει ένα μέτρο του φορτίου που περικλείεται. Η παράγωγος του ηλεκτρικού πεδίου δίνει την πυκνότητα των φορτίου.



$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Ο νόμος του Gauss για το μαγνητισμό:

Η μαγνητική ροή από κάθε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν.

Γύρω από ένα μαγνητικό δίπολο σε μια κλειστή επιφάνεια η μαγνητική ροή κατευθύνεται προς το εσωτερικό στον νότιο πόλο και ίση ροή προς τα έξω από το βόρειο πόλο.

Αν υπήρχαν μαγνητικά μονόπολα αυτή η ροή θα ήταν διάφορη του μηδενός.

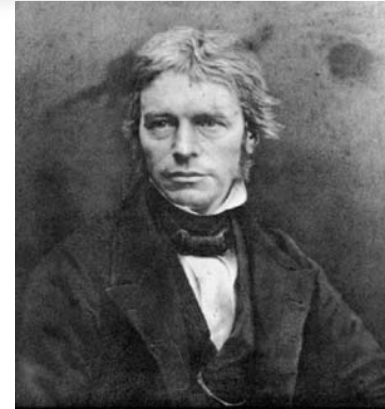
Δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα

3^η εξίσωση Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

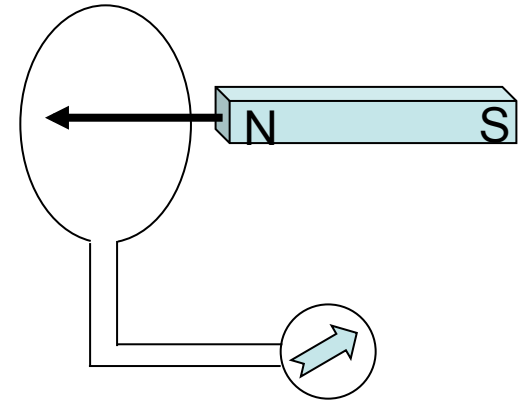
Ισοδύναμο του νόμου του Faraday της επαγωγής:

$$\iint_S \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$
$$\Leftrightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



(για δεδομένο κύκλωμα C)

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στα άκρα ενός κυκλώματος $\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ είναι ανάλογη του ρυθμού μεταβολής της ροής του μαγνητικού πεδίου $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$ που περνά μέσα από το κύκλωμα.



Ο νόμος του Faraday είναι η βάση για τις ηλεκτρικές γεννήτριες, τα πηνία και τους μετασχηματιστές.

4^η εξίσωση Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

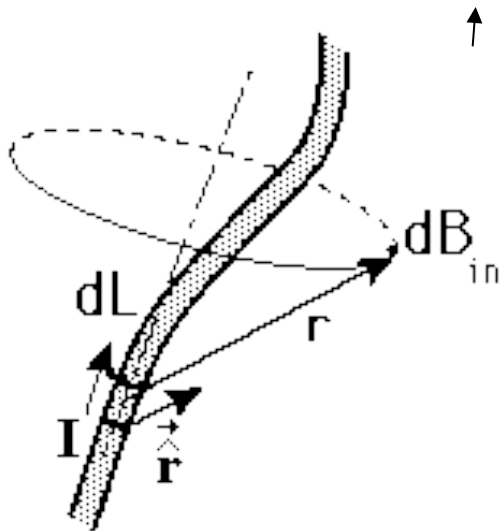
Προέρχεται από το νόμο του Maxwell-Ampère: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 \iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 I$$



Ampère

Ικανοποιεί το νόμο Biot-Savart (1820) για το πεδίο από ένα σταθερό ρεύμα.



$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

για ευθυγραμμο $B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



Biot

Λύσεις εξισώσεων Maxwell

Απουσία πηγών και για γραμμικά ισότροπα και ομοιογενή μέσα

$$\begin{array}{ll} \nabla \cdot \vec{E} = 0 & \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{B} = \epsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{array}$$



$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \nabla^2 \vec{B} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

Κάθε εξίσωση ικανοποιεί την εξίσωση κύματος

$$\nabla^2 u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{with } v^2 = 1/\epsilon\mu$$

Άρα τα \vec{E} , \vec{B} αντιπροσωπεύουν κυμάνσεις που διαδίδονται στο χώρο

Οι εξισώσεις του Maxwell προβλέπουν την ύπαρξη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων,
τα οποία ανακάλυψε αργότερα ο Hertz.
Ούτε φορτία ούτε ρεύματα

Δυνάμεις

Σχετικιστικό σωματίδιο με μάζα ηρεμίας m_0 έχει ενέργεια :

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

Για αύξηση ενέργειας απαιτείται αύξηση ορμής

Για μεταβολή ορμής απαιτείται εφαρμογή δύναμης

$$\frac{dp}{dt} = F$$

Δύναμη	Σχετική ισχύς	Εμβέλεια	
Βαρυτική	6×10^{-39}	∞	Σε όλα τα σωματίδια
Ηλεκτρομαγνητική	1/137	∞	Φορτισμένα σωματίδια
Ισχυρή	~ 1	$10^{-15} - 10^{-16}$	Αδρόνια
Ασθενής	10^{-5}	$\ll 10^{-16}$	Αδρόνια & Λεπτόνια

Δυνάμεις

Κινούμενο σωματίδιο φορτίου e και ταχύτητας u , σε χώρο όπου περιέχεται Ηλεκτρικό (E) και Μαγνητικό (B) πεδίο δέχεται δύναμη:

$$\mathbf{F} = e (\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) \quad \text{Δύναμη Lorentz}$$

$$\Delta E = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = e \int_{r_1}^{r_2} (\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{r}$$

Τα u και r είναι παράλληλα $\Rightarrow (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r} = 0$

$$\Delta E = e \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Μόνο τα ηλεκτρικά πεδία μπορούν να συνεισφέρουν στην επιτάχυνση

Δύναμη Lorentz

- Συμπληρωματικά με τις εξισώσεις Maxwell δίνει τη δύναμη που ασκείται σε φορτισμένο σωματίδιο κινούμενο σε ηλεκτρομαγνητικό πεδίο: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

- Σχετικιστική εξίσωση κίνησης

- 4-vector form:

$$F = \frac{dP}{dt} \Rightarrow \gamma \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{f}}{c}, \vec{f} \right) = \gamma \left(\frac{1}{c} \frac{dE}{dt}, \frac{d\vec{p}}{dt} \right)$$

- 3-vector component:

$$\frac{d}{dt} (m_0 \gamma \vec{v}) = \vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε σταθερό ηλεκτρομαγνητικό πεδίο

$$\frac{d}{dt}(m_0 \gamma \vec{v}) = \vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

- Σταθερό ηλεκτρικό πεδίο E δίνει σταθερή ευθύγραμμη επιτάχυνση

$$\frac{d}{dt}(\gamma \vec{v}) = \frac{q}{m_0} E$$

- Λύση της μορφής

$$x = \frac{m_0 c^2}{qE} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{qEt}{m_0 c} \right)^2} - 1 \right]$$

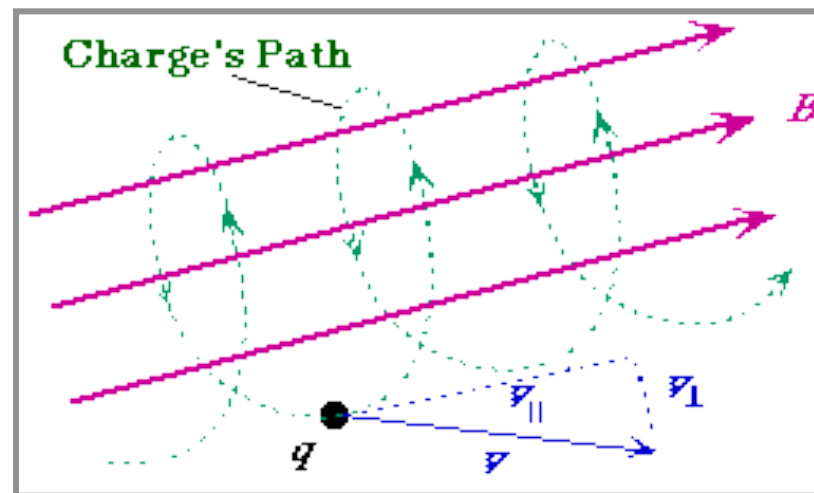
$$\approx \frac{1}{2} \frac{qE}{m_0} t^2 \quad \text{για } qE \ll m_0 c$$

- Ενεργειακό κέρδος = qEx

- Σταθερό μαγνητικό πεδίο δίνει μια ομοιόμορφη σπειροειδή κίνηση γύρω από το B με σταθερή ενέργεια.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m_0 \gamma} \vec{v} \times \vec{B} \quad \vec{v}_{//} = \text{σταθερή}$$

$$\left| \vec{x}_{\perp} \right| = \text{σταθερή}$$



Φύση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

- Ένα επίπεδο κύμα με γωνιακή συχνότητα ω που ταξιδεύει κατά την κατεύθυνση του κυματανύσματος έχει τη μορφή :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})] \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \exp[j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})]$$

- Η φάση $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} = 2\pi \times$ αριθμό των κυμάτων (αναλοίωτο Lorentz)
- Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις του Maxwell

$$\begin{aligned} \nabla &\leftrightarrow -j\vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial t} &\leftrightarrow j\omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} = 0 = \nabla \cdot \vec{B} &\leftrightarrow \vec{k} \cdot \vec{E} = 0 = \vec{k} \cdot \vec{B} \\ \nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}} &\leftrightarrow \vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B} \end{aligned}$$

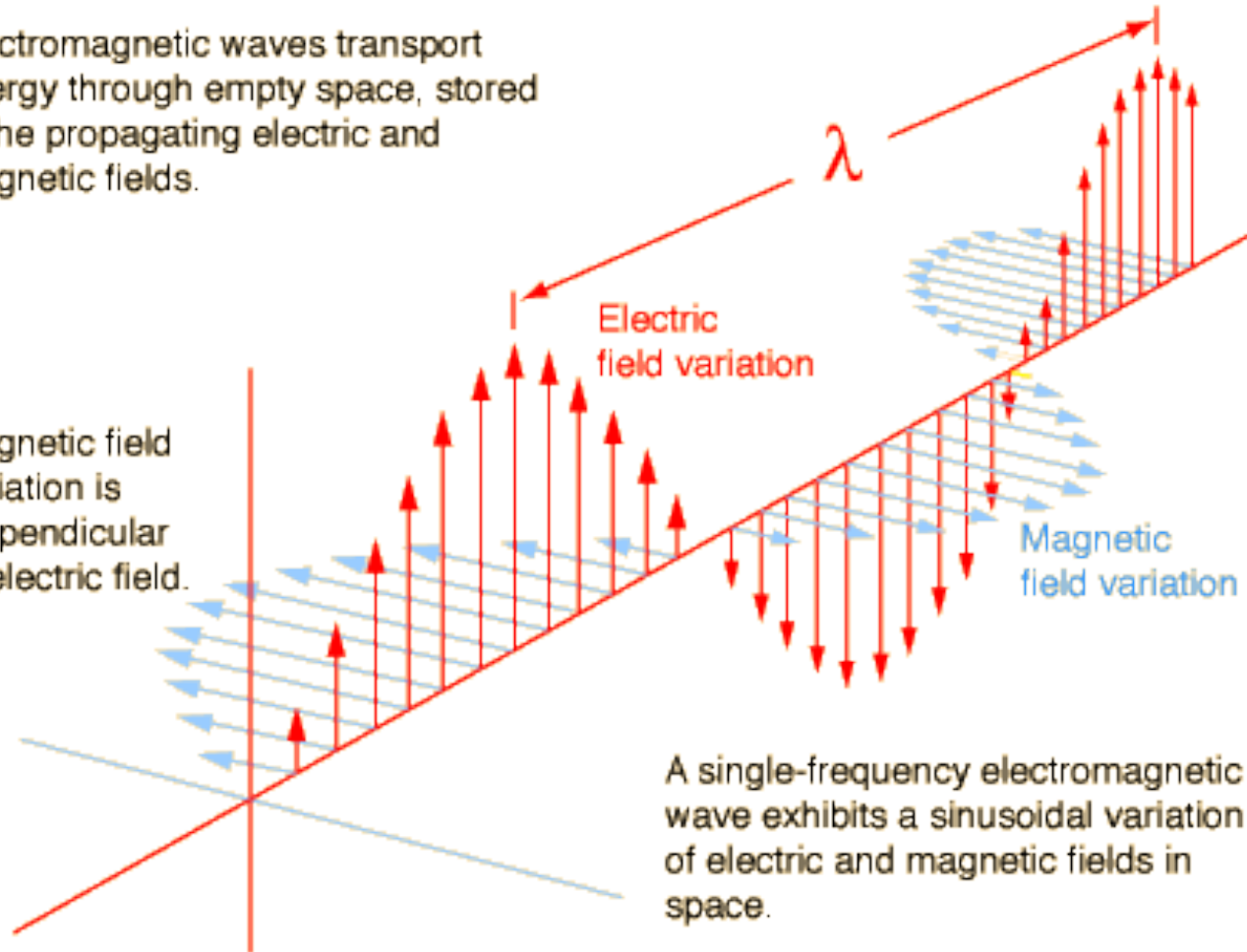
Τα κύματα είναι εγκάρσια στην διεύθυνση διάδοσης,

και τα \vec{E} , \vec{B} και \vec{k} είναι κάθετα μεταξύ τους.

Επίπεδο ηλεκτρομαγνητικό κύμα

Electromagnetic waves transport energy through empty space, stored in the propagating electric and magnetic fields.

Magnetic field variation is perpendicular to electric field.



A single-frequency electromagnetic wave exhibits a sinusoidal variation of electric and magnetic fields in space.

Επίπεδο ηλεκτρομαγνητικό κύμα

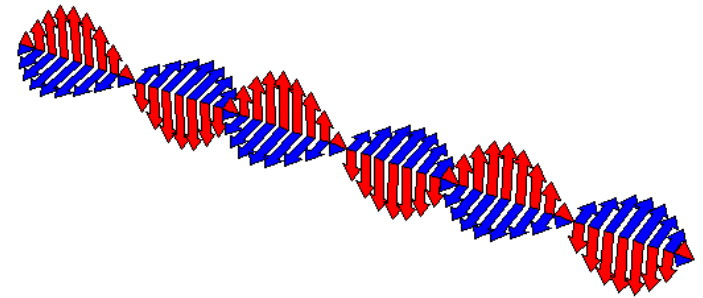
$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Leftrightarrow \vec{k} \times \vec{B} = -\frac{\omega}{c^2} \vec{E}$$

Συνδυάζοντας με την $\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$

παίρνουμε την
$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = \frac{\omega}{k} = \frac{kc^2}{\omega}$$

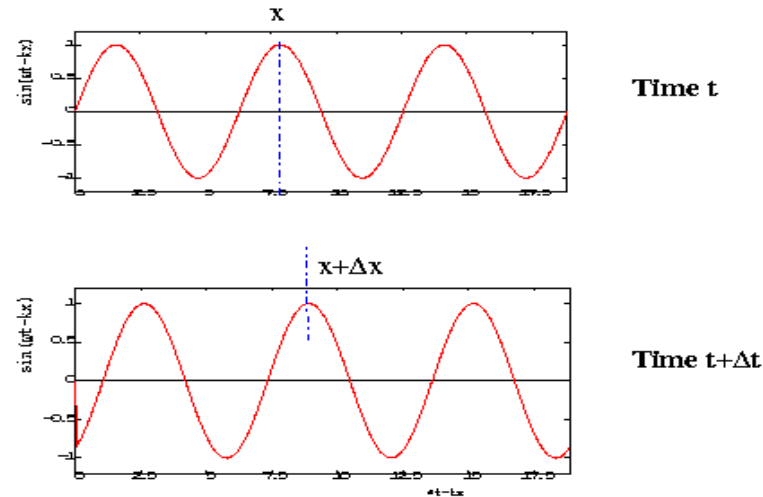
Wavelength $\lambda = \frac{2\pi}{|\vec{k}|}$

Frequency $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$



\Rightarrow ταχύτητα κυματος στο κενό $\frac{\omega}{|\vec{k}|} = c$

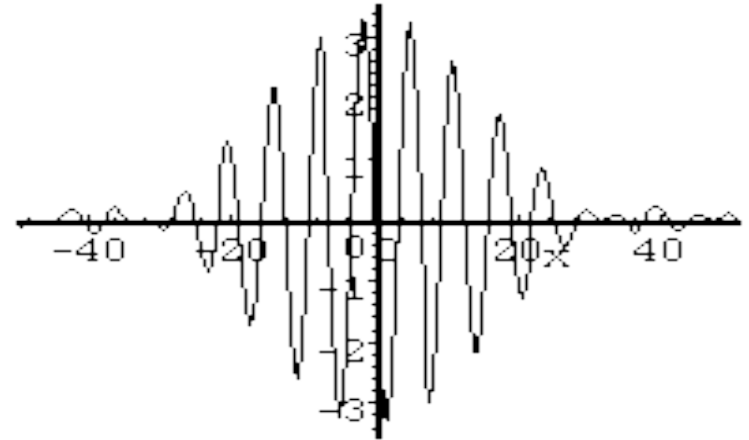
Ταχύτητα φάσης και ταχύτητα ομάδος



Επίπεδο κύμα $\exp j(\omega t - kx)$ έχει σταθερή φάση $\omega t - kx$ στα μέγιστα

$$\omega \Delta t - k \Delta x = 0$$

$$\Leftrightarrow v_p = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{k}$$



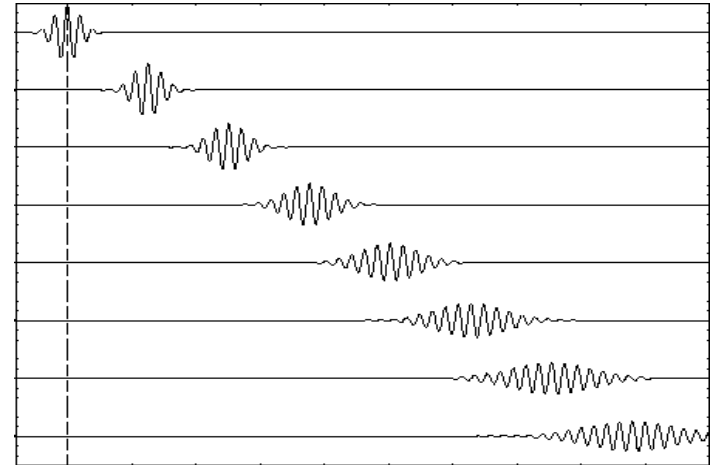
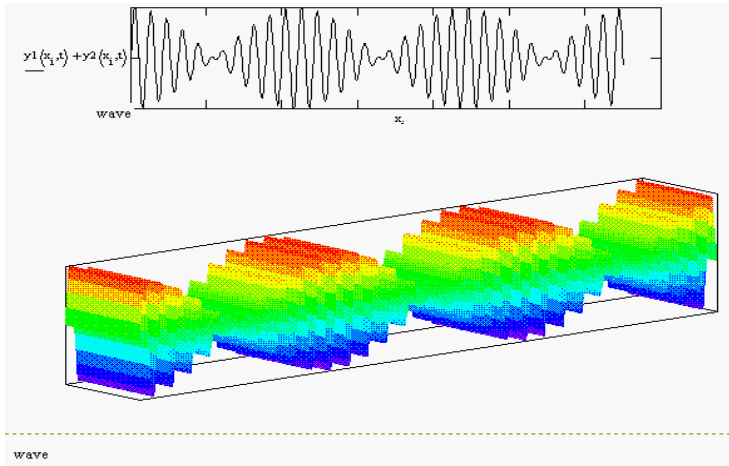
$$\int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{j[\omega(k)t - kx]} dk$$

Υπέρθεση επιπέδων κυμάτων.

Καθώς το σχήμα είναι σχετικά μή παραμορφωμένο, ο παλμός ταξιδεύει με ταχύτητα ομάδος

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Δομή κυματοπακέτου (Wave packet)



- Αν οι ταχύτητες φάσεις μεμονωμένων επιπέδων κυμάτων που συγκροτούν το κυματοπακέτο είναι διαφορετικές,
- Το κυματοπακέτο θα διασκορπιστεί με το χρόνο

Αρχές της ειδικής θ. σχετικότητας

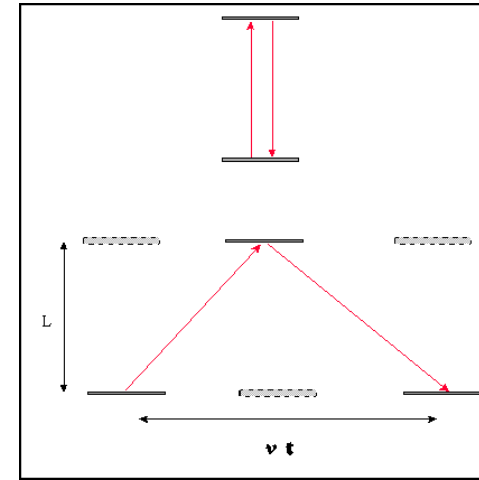
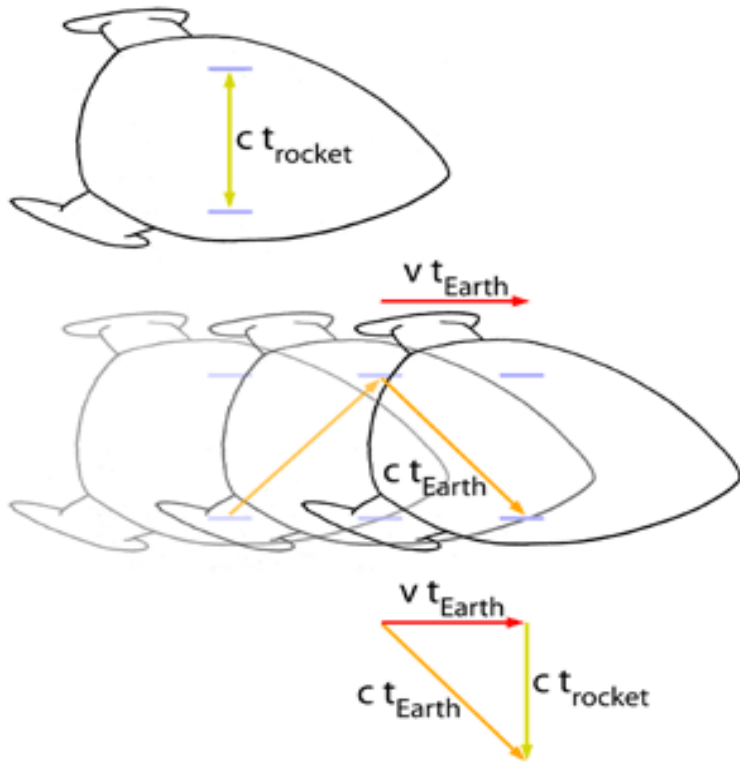
- Από 1880 μια δέσμη των πειραμάτων (αρχίζοντας από το διάσημο πείραμα (Michelson-Morley) και για περίπου 50 έτη, στοχεύοντας στην απόδειξη της ύπαρξης του αιθέρα απέτυχε. Τα αποτελέσματά τους πρότειναν αντ' αυτού ότι η ταχύτητα του φωτός ήταν μια σταθερά ανεξάρτητη από την κινητική κατάσταση της πηγής ή του παρατηρητή.
- Προσπάθειες της τροποποίησης του ΗΜ κατά τέτοιο τρόπο ώστε θα ήταν αμετάβλητος κάτω από τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου οδήγησαν στις προβλέψεις των νέων φαινομένων που δεν θα μπορούσαν να βρεθούν από τα πειράματα.
- Επομένως μόνο μια τρίτη υπόθεση έμενε. Εάν οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου που μοιάζουν αυτονόητοι είναι λανθασμένοι τότε είναι απαραίτητη μια επανεξέταση των θεμελίων φυσικής δηλ. των ιδεών μας του χρόνου και του χώρου.

Αρχές της ειδικής θ. σχετικότητας

- ❑ Αδρανειακό είναι ένα σύστημα στο οποίο σωματίδια στα οποία δεν ασκείται καμία δύναμη κινούνται με σταθερή ταχύτητα
- ❑ Μεταξύ των αδρανειακών συστημάτων οι συσκευές μέτρησης (κανόνες, ρολόγια) μπορούν να μεταφερθούν από ένα σε άλλο.
- ❑ Η συμπεριφορά των συσκευών που μεταφέρονται από το F στο F' είναι ανεξάρτητη από τον τρόπο μεταφοράς
- ❑ Η συσκευή που μεταφέρεται από το F στο F' , κατόπιν από το F' στο F'' , συμφωνεί με τις συσκευές που μεταφέρονται άμεσα από F στο F'' .

1. Οι νόμοι της μηχανικής του ηλεκτρομαγνητισμού είναι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.
2. Μετρήσεις της ταχύτητας του φωτός δίνουν την ίδια τιμή c σε όλα τα αδρανειακά συστήματα.

Διαστολή του χρόνου



Για τον κινούμενο παρατηρητή :

$$t_{\text{rocket}} = 1/c$$

Για τον ακινητο παρατηρητή :

$$(ct_{\text{Earth}})^2 = L^2 + (vt_{\text{Earth}})^2 \Rightarrow t_{\text{Earth}}^2 = 1/(c^2 - v^2)$$

Το ίδιο γεγονός έχει διαφορετική διάρκεια για τον κάθε παρατηρητή,
Ανάλογα με την ταχύτητα κίνησής του.

Μετασχηματισμός Lorentz

Πρέπει να είναι γραμμικός και να συμφωνεί με τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου στις χαμηλές ταχύτητες.

Να διατηρεί το μέτωπο κύματος των παλμών του φωτός π.χ.

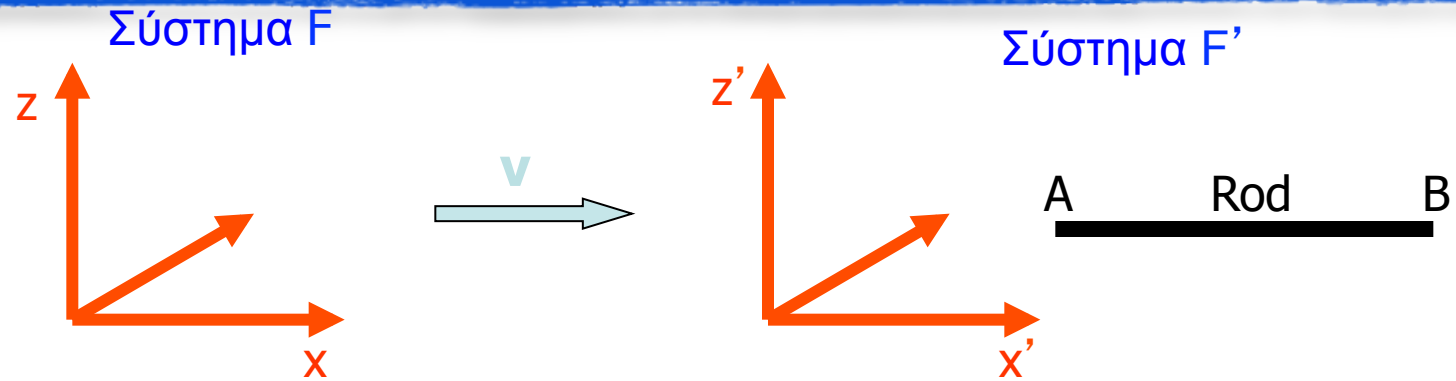
Η λύση είναι ο μετασχηματισμός Lorentz από ένα σύστημα $F(t,x,y,z)$ $F'(t',x',y',z')$ το οποίο κινείται με ταχύτητα v κατά τον άξονα x :

$$P \equiv x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

όταν $Q \equiv x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$

$$\left. \begin{aligned} t' &= \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \\ x' &= \gamma (x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \right\} \text{όπου } \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}$$

Συστολή του μήκους



σώμα AB μήκους L' σταθερό στο F' στα σημεία x'_A, x'_B . Ποιό μήκος μετριέται στο F ;

Θα πρέπει να μετρηθούν οι θέσεις των άκρων στο F ταυτόχρονα, έτσι ώστε γεγονότα στο F είναι (t, x_A) και (t, x_B) .

Από μετασχημ. Lorentz:

$$x'_A = \gamma(x_A - vt)$$

$$x'_B = \gamma(x_B - vt)$$

Άρα

$$L' = x'_B - x'_A = \gamma(x_B - x_A) = \gamma L > L$$

Κινούμενα αντικείμενα εμφανίζονται να συστέλλονται κατά τη διεύθυνση της κίνησης

Διαστολή του χρόνου

Δύο γεγονότα στο F σε ένα σημείο με συντεταγμένες (x,y,z) σε διαφορετικούς χρόνους t_A και t_B

Σε ένα σύστημα F' κινούμενο με ταχύτητα v,
ο μετασχηματισμός Lorentz δίνει

$$t'_A = \gamma \left(t_A - \frac{vx_A}{c^2} \right) \quad t'_B = \gamma \left(t_B - \frac{vx_B}{c^2} \right)$$

Άρα

$$\Delta t' = t'_B - t'_A = \gamma (t_B - t_A) = \gamma \Delta t > \Delta t'$$

Κινούμενα ρολόγια μοιάζουν να καθυστερούν

Τετραδιάνυσμα

Ο μετασχηματισμός Lorentz μπορεί να γραφεί με μορφή πίνακα

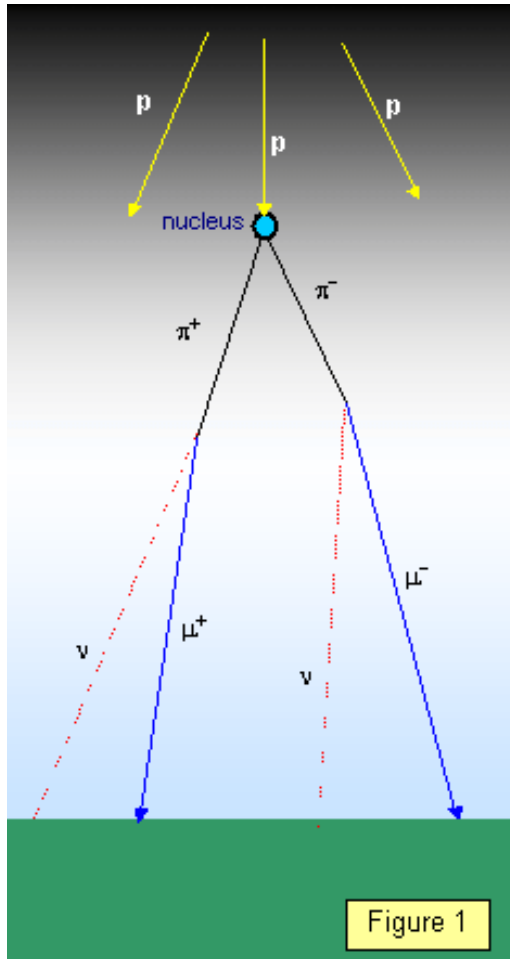
$$\begin{array}{l} t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \\ x' = \gamma (x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\frac{\gamma v}{c} & 0 & 0 \\ -\frac{\gamma v}{c} & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

↑
 $X = (ct, \vec{x})$

Ένα αντικείμενο που αποτελείται από 4 στοιχεία τα οποία μετασχηματίζονται όπως ο X καλείται τετραδιάνυσμα

(ανάλογο του διανύσματος 3D της κλασικής μηχανικής)

Παράδειγμα : μιόνια



Τα μιόνια δημιουργούνται στη άνω ατμόσφαιρα, σε ύψος 90 km. Ο χρόνος ημιζωής είναι $\tau = 2 \mu\text{s}$, άρα μπορούν να ταξιδέψουν το πολύ $2 \times 10^{-6} c = 600\text{m}$ πριν διασπαστούν.

Πώς γίνεται και το 50% φτάνουν στη γή χωρίς να διασπαστούν;

Τα μεσόνια βλέπουν την απόσταση που διανύουν μικρότερη (σε συστολή) κατά γ

$$v\tau \sim (90/\gamma)\text{km}$$

Τα “ρολόγια” των μεσονίων τρέχουν αργά και έτσι η ημιζωή τους είναι $\gamma\tau$ και

$$v(\gamma\tau) \approx 90 \text{ km}$$

Λύση : $\gamma \sim 150$, $v \sim 0.99998c$

Βασικές ποσότητες που χρησιμοποιούνται στους επιταχυντές

Σχετική ταχύτητα	$\beta = v/c$
Ταχύτητα	$v = \beta c$
Ορμή	$p = mv = m_0 \gamma \beta c$
Κινητική Ενέργεια	$T = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 (\gamma - 1)$

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow (\beta\gamma)^2 = \frac{\gamma^2 v^2}{c^2} = \gamma^2 - 1 \Rightarrow \beta^2 = \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

Βασικές ποσότητες που χρησιμοποιούνται στους επιταχυντές

Η σχετικιστική ενέργεια και ορμή συσχετίζονται με τη σχέση

$$E^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{pc}{E}$$

Σύστημα μονάδων ($c=1$)

Ενέργεια	eV	=>	eV
Ορμή	eV/c	=>	eV
Μάζα	eV/c ²	=>	eV