

Επιταχυντές - Ανιχνευτές

Κ.Κορδάς - Δ. Σαμψωνίδης

Ανιχνευτές : Μάθημα 5

Ανιχνευτές βασιμμένοι στον ιονισμό αερίων και μέτρηση θέσης

Κ. Κορδάς, Δ. Σαμψωνίδης
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Επιταχυντές & Ανιχνευτές 8ου εξαμήνου, Α.Π.Θ

Διέλευση φορτισμένου σωματιδίου και ιονισμός αερίου

- Ιονισμός και μεταφορά φορτίων σε αέρια
- Θάλαμοι ιονισμού αερίων και δημιουργία σήματος
- Απαριθμητές με μη-ομογενές ηλεκτρικό πεδίο για ενίσχυση του σήματος
- Πολυσυρματικοί απαριθμητές
- Micro-Pattern Gas Detectors
- Μέτρηση θέσης
- Βιβλίο “Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics”, Stefaan Tavernier, 2010, κεφάλαιο 4.
- Άρθρο “Instrumentation for High Energy Physics”, S.Starves, παράγραφος 4.1 (σελ. 211-218)
- Άρθρο “Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics”, T .Virde, κεφάλαια 2, 4, 5.
- Βιβλίο Εργαστηρίου Πυρηνικής

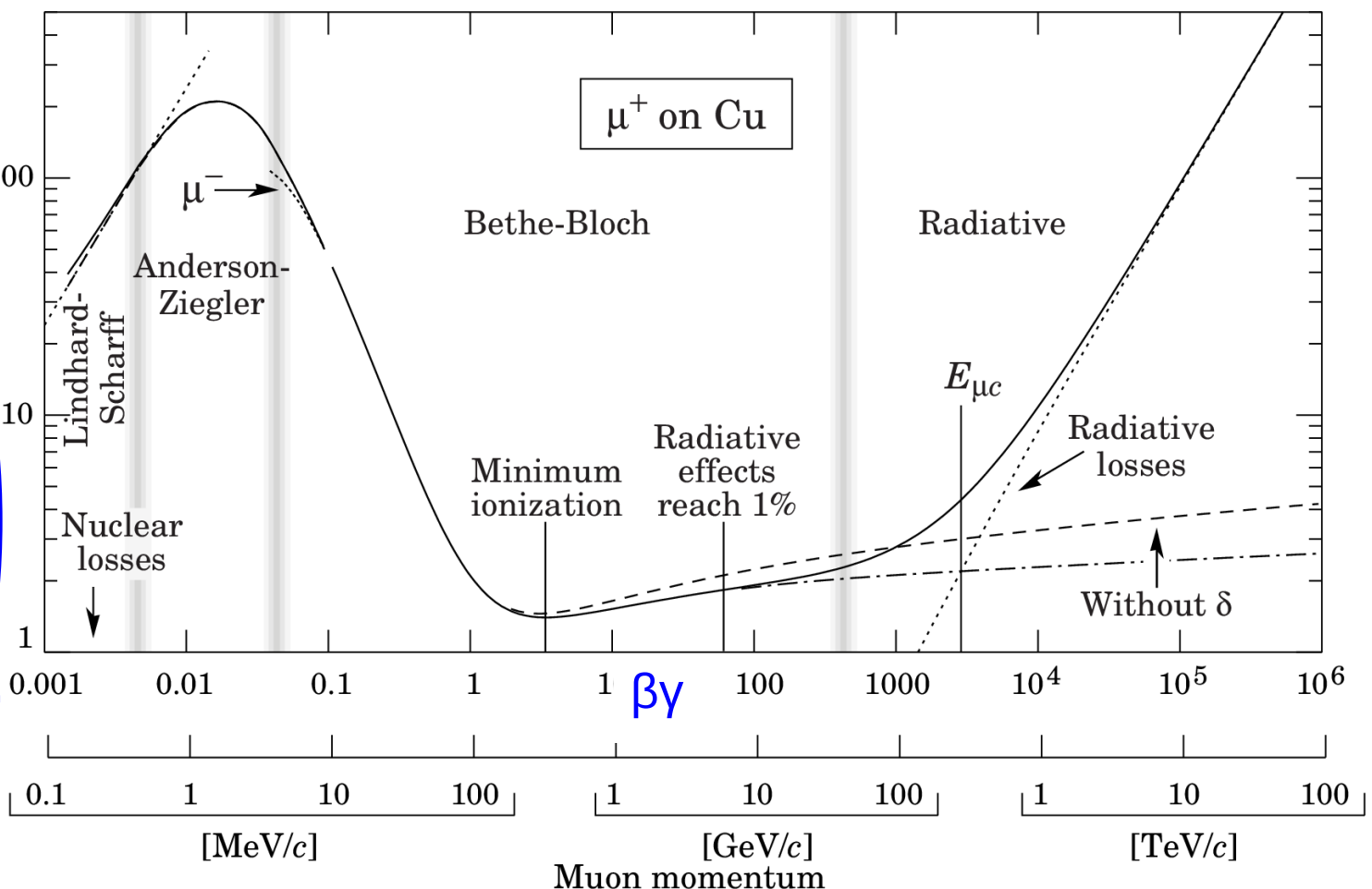
1. Ιονισμός και μεταφορά φορτίου στα αέρια

Απώλεια Ενέργειας με διεγέρσεις και ιονισμούς Bethe-Bloch dE/dx

Για να υπολογίσουμε την απώλεια ενέργειας ανά μονάδα απόστασης (dE/dx , σε MeV/cm),

πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το $1/\rho dE/dx$ (σε MeV cm²/g) με την πυκνότητα ρ του υλικού

$1/\rho dE/dx$



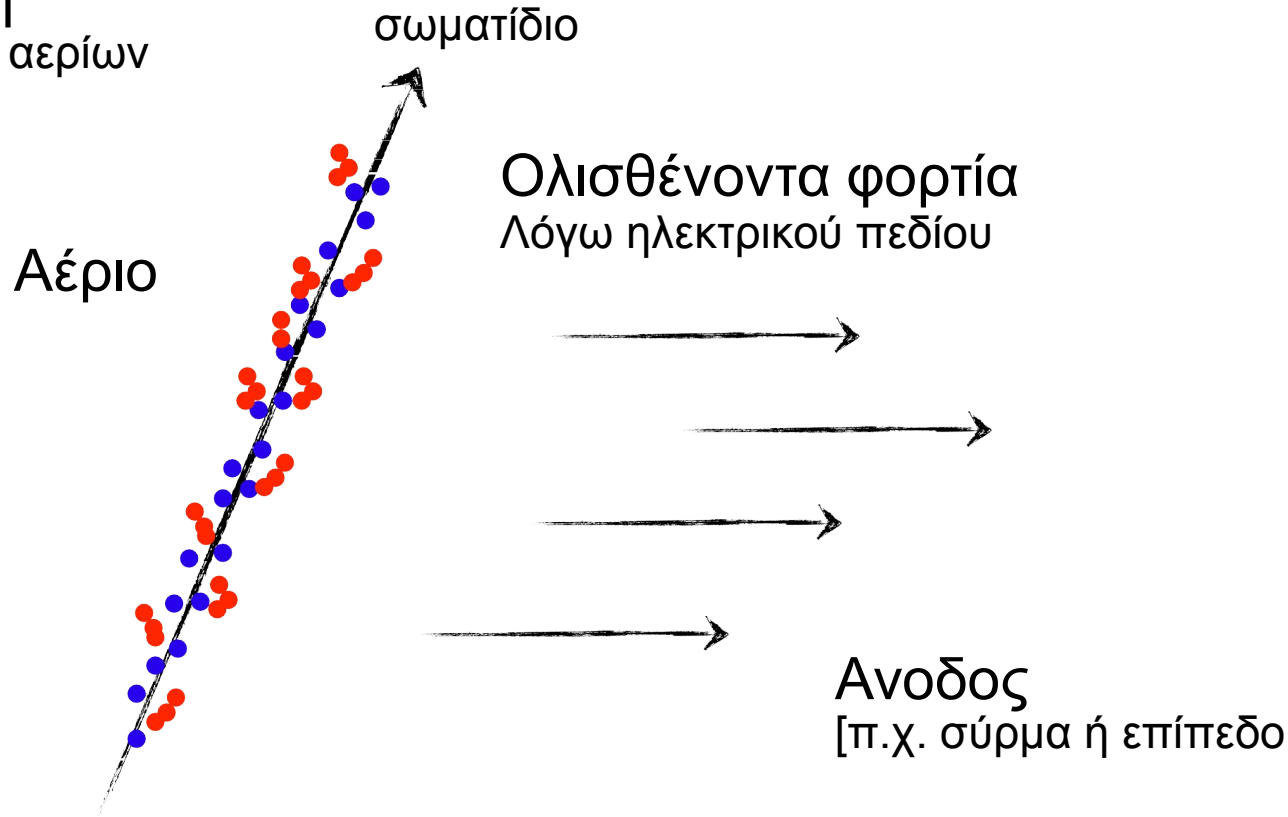
Ένα σωματίδιο διασχίζει ένα υλικό με πυκνότητα ρ . Ανάλογα με την ορμή του, το σωματίδιο χάνει ενέργεια και με διαφορετικό μηχανισμό. Π.χ., στην περιοχή $\beta\gamma=[0.1 - 1000]$ (περιοχή Bethe-Bloch) έχουμε απώλειες με ιονισμό του υλικού. Από εκεί και πάνω, η απώλεια ενέργειας είναι κυρίως λόγω εκπομπής φωτονίων (δηλ., με radiation = Bremsstrahlung)

Διέλευση φορτισμένου σωματιδίου και ιονισμός αερίου (1)

- Δυναμικό ιονισμού = η ελάχιστη ενέργεια για ιονισμό του ατόμου.
- Συνήθως το σωματίδιο κατά τη διέλευσή του δίνει παραπάνω από το απολύτως ελάχιστο: η επιλέον ενέργεια πηγαίνει ως κινητική στα προϊόντα, πρακτικά σχεδόν όλη στο ηλεκτρόνιο που είναι πάρα πολύ ελαφρύτερο από το εναπομείναν θετικό ιόν
- Η κινητική αυτή δίνεται ως θερμότητα στο αέριο μέσο
 - Αν είναι αρκετή όμως, το ηλεκτρονιο αυτό μπορεί να προκαλέσει ιονισμό σε άλλο άτομο που συναντά στη διαδρομή του. Κατά μέσο όρο κάθε “πρωτογενές” ηλεκτρόνιο, μπορεί να δώσει ~3 περαιτέρω ζεύγη ηλεκτρονίων-ιόντων

Διέλευση φορτισμένου σωματιδίου και ιονισμός αερίου (2)

Βασική Αρχή
των ανιχνευτών αερίων



- Πρωταρχικός ιονισμός
- Δευτερογενής ιονισμός (λόγω τωδ-ηλεκτρονίων)

Ιονισμός – πρωτογενής και δευτερογενής

$W \sim 2 * \text{ελάχιστο απαιτούμενο για ιονισμό}$

Πρωτογενή +
Δευτερογενή
ηλεκτρόνια

Πρωτογενή
ηλεκτρόνια

| Gas | Ionisation potential [eV] | Mean energy /electron-ion pair 'W' [eV] | Calculate dE/dx | Number of electron-ion pairs [cm ⁻¹] | Number of primary electrons [cm ⁻¹] |
|--|---------------------------|---|----------------------|--|---|
| | | | Energy loss [keV/cm] | | |
| Ar | 15.7 | 25.0 | 2.53 | 106 | 25 |
| Xe | 12.1 | 22 | 6.87 | 312 | 41 |
| He | 24.5 | 41.6 | 0.345 | 8.3 | 5 |
| H ₂ | 15.6 | 36.4 | 0.32 | 8.8 | 5.2 |
| N ₂ | 15.5 | 34.8 | 1.96 | 56.3 | 10 |
| Air | | 33.8 | 2.02 | 59.8 | |
| O ₂ | 12.5 | 30.2 | 2.26 | 74.8 | 22 |
| CH ₄ | 12.6 | 30 | 1.61 | 54 | 37 |
| C ₂ H ₆ | 11.5 | 26 | 2.91 | 112 | 48 |
| Isobutane/i-C ₄ H ₁₀ | 10.6 | 26 | 5.67 | 220 | 90 |
| CO ₂ | 13.8 | 34 | 3.35 | 100 | 35 |

Πίνακας 4.1, σελ. 108, απο το βιβλίο

“Experimental Technniques in Nuclear and Particle Physics”, Stefaan Tavernier, 2010

Ο αριθμός πρωτογενών ηλεκτρονίων έχει διακύμανση, και η ενέργεια που έχει το καθένα τους έχει διακύμανση → ο ολικός αριθμός φορτίων έχει διακύμανση μεγαλύτερη από την απλή Poisson, δηλ $> \text{sqrt}(\text{μέσος αριθμός ζευγών ηλεκτρονίων-ιόντων})$

Ιδιότητες των διαφόρων υλικών (1)

- <http://pdg.lbl.gov/2016/AtomicNuclearProperties/>
- <https://www.google.gr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiP1tS25IjUAhXFvhQKHUxkAj8QFggoMAE&url=http%3A%2F%2Fpdg.lbl.gov%2F2008%2Freviews%2F>

| Material | Z | A | $\langle Z/A \rangle$ | Nucl.coll. length λ_T {g cm ⁻² } | Nucl.inter. length λ_I {g cm ⁻² } | Rad.len. X_0 {g cm ⁻² } | $dE/dx _{\min}$ { MeV g ⁻¹ cm ² } | Density {g cm ⁻³ {(gℓ ⁻¹)} | Melting point (K) | Boiling point (K) | Refract. index (@ Na D) |
|-----------------|----|------------------|-----------------------|---|--|--|---|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| H ₂ | 1 | 1.00794(7) | 0.99212 | 42.8 | 52.0 | 63.04 | (4.103) | 0.071(0.084) | 13.81 | 20.28 | 1.11[132.] |
| D ₂ | 1 | 2.01410177803(8) | 0.49650 | 51.3 | 71.8 | 125.97 | (2.053) | 0.169(0.168) | 18.7 | 23.65 | 1.11[138.] |
| He | 2 | 4.002602(2) | 0.49967 | 51.8 | 71.0 | 94.32 | (1.937) | 0.125(0.166) | | 4.220 | 1.02[35.0] |
| Li | 3 | 6.941(2) | 0.43221 | 52.2 | 71.3 | 82.78 | 1.639 | 0.534 | 453.6 | 1615. | |
| Be | 4 | 9.012182(3) | 0.44384 | 55.3 | 77.8 | 65.19 | 1.595 | 1.848 | 1560. | 2744. | |
| C diamond | 6 | 12.0107(8) | 0.49955 | 59.2 | 85.8 | 42.70 | 1.725 | 3.520 | | | 2.42 |
| C graphite | 6 | 12.0107(8) | 0.49955 | 59.2 | 85.8 | 42.70 | 1.742 | 2.210 | | | |
| N ₂ | 7 | 14.0067(2) | 0.49976 | 61.1 | 89.7 | 37.99 | (1.825) | 0.807(1.165) | 63.15 | 77.29 | 1.20[298.] |
| O ₂ | 8 | 15.9994(3) | 0.50002 | 61.3 | 90.2 | 34.24 | (1.801) | 1.141(1.332) | 54.36 | 90.20 | 1.22[271.] |
| F ₂ | 9 | 18.9984032(5) | 0.47372 | 65.0 | 97.4 | 32.93 | (1.676) | 1.507(1.580) | 53.53 | 85.03 | [195.] |
| Ne | 10 | 20.1797(6) | 0.49555 | 65.7 | 99.0 | 28.93 | (1.724) | 1.204(0.839) | 24.56 | 27.07 | 1.09[67.1] |
| Al | 13 | 26.9815386(8) | 0.48181 | 69.7 | 107.2 | 24.01 | 1.615 | 2.699 | 933.5 | 2792. | |
| Si | 14 | 28.0855(3) | 0.49848 | 70.2 | 108.4 | 21.82 | 1.664 | 2.329 | 1687. | 3538. | 3.95 |
| Cl ₂ | 17 | 35.453(2) | 0.47951 | 73.8 | 115.7 | 19.28 | (1.630) | 1.574(2.980) | 171.6 | 239.1 | [773.] |
| Ar | 18 | 39.948(1) | 0.45059 | 75.7 | 119.7 | 19.55 | (1.519) | 1.396(1.662) | 83.81 | 87.26 | 1.23[281.] |
| Ti | 22 | 47.867(1) | 0.45961 | 78.8 | 126.2 | 16.16 | 1.477 | 4.540 | 1941. | 3560. | |
| Fe | 26 | 55.845(2) | 0.46557 | 81.7 | 132.1 | 13.84 | 1.451 | 7.874 | 1811. | 3134. | |
| Cu | 29 | 63.546(3) | 0.45636 | 84.2 | 137.3 | 12.86 | 1.403 | 8.960 | 1358. | 2835. | |

Ιδιοότητες των διαφόρων υλικών (2)

Παράμετροι των ανιχνευτών αερίου

| | | |
|--|---|-------|
| Ionization energy | : | E_i |
| Average energy/ion pair | : | W_i |
| Average number of primary ion pairs [per cm] | : | n_p |
| Average number of ion pairs [per cm] | : | n_T |

Differences
due to δ -electrons

$$\langle n_T \rangle = \frac{L \cdot \langle \frac{dE}{dx} \rangle_i}{W_i}$$

[about 2-6 times n_p]
[L: layer thickness]

δ -electrons lead to secondary ionization and limit spatial resolution;
typical length scale of secondary ionization: $10 \mu\text{m}$.

Example: kinetic energy: $T_{\text{kin}} = 1 \text{ keV}$; gas: Isobutane \rightarrow range: $R = 20 \mu\text{m} \dots$

[using $R [\text{g/cm}^2] = 0.71 (T_{\text{kin}})^{1.72} [\text{MeV}]$; valid for $T_{\text{kin}} < 100 \text{ keV}$]

| Gas | $\langle Z \rangle$ | $\rho [\text{g/cm}^3]$ | $E_i [\text{eV}]$ | $W_i [\text{eV}]$ | $dE/dx [\text{keV/cm}]$ | $n_p [\text{cm}^{-1}]$ | $n_T [\text{cm}^{-1}]$ |
|--------------------------------|---------------------|------------------------|-------------------|-------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| He | 2 | $1.66 \cdot 10^{-4}$ | 24.6 | 41 | 0.32 | 5.9 | 7.8 |
| Ar | 18 | $1.66 \cdot 10^{-3}$ | 15.8 | 27 | 2.44 | 29.4 | 94 |
| CH ₄ | 19 | $6.7 \cdot 10^{-4}$ | 13.1 | 28 | 1.48 | 18 | 53 |
| C ₄ H ₁₀ | 34 | $2.42 \cdot 10^{-3}$ | 10.6 | 23 | 4.50 | 46 | 195 |

Στατιστική Ιονισμού – αριθμός σημιουρουμενων ιόντων

Mean distance between two ionizations: $\lambda = 1/(n_e \sigma_I)$

Mean number of ionizations: $\langle n_p \rangle = L/\lambda$

n_p Poissonian distributed:

$$P(n_p, \langle n_p \rangle) = \frac{\langle n_p \rangle^{n_p} e^{-\langle n_p \rangle}}{n_p!}$$

$P(0) = \exp(-L/\lambda)$ yields λ, σ
using (in)efficiency of gas-detectors

σ_I : Ionization x-Section
 n_e : Electron density
L : Thickness

Mean free path λ :

He 0.25 cm

Air 0.052 cm

Xe 3 cm

[$\rightarrow \sigma_{\alpha}(\text{He}) \approx 100 \text{ b}$]

Κινητικότητα φορτίου:

Επιρεάζει τη χρονική συμπεριφορά του ανιχνευτή

Διάχυση:

Επιρεάζει τη χωρική διακριτική ικανότητα

Διαδικασία χιονοστιβάδας :

Σημαντική για τον παράγοντα ενίσχυσης.

Επανασύνδεση και προσάρτηση ηλεκτρονίων:

Προσμείξεις ηλεκτραρνητικών αερίων (O₂, F, Cl ...) επιρεάζει την απόδοση ανίχνευσης.

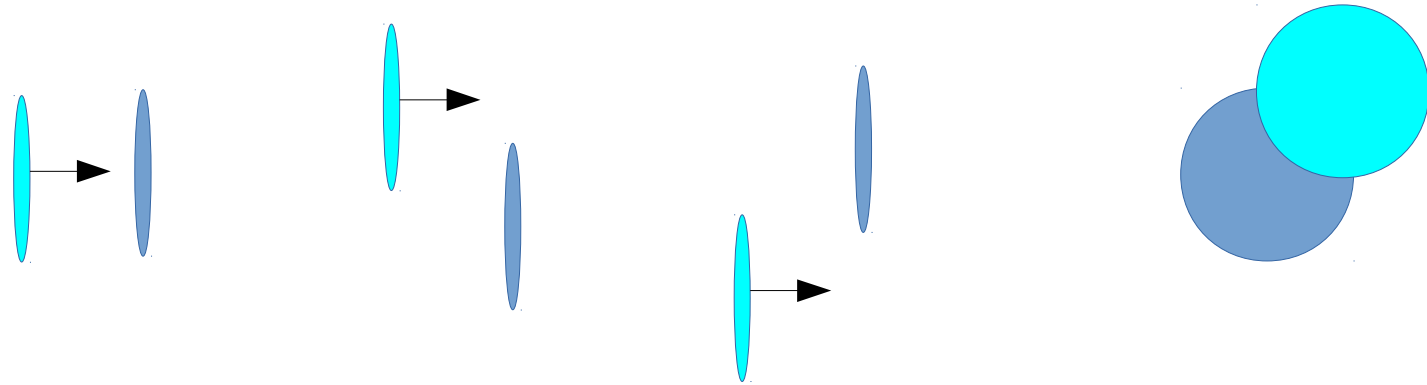
Δείτε άσκηση στην εργασία 4 για την πιθανότητα να μην έχουμε κανέναν ιονισμό ($n=0$) κατά το πέρασμα ενός μιονίου, παρ' όλο που κατά μέσο όρο έχουμε ένα αριθμό $\langle n \rangle$ από ιονισμούς

Κίνηση των δημιουργούμενων ηλεκτρονίων και ιόντων

- Έστω ότι το αέριο βρίσκεται ανάμεσα σε μια άνοδο (+) και μια κάθοδο (-), και άρα υπάρχει ένα ηλεκτρικό πεδίο.
 - Τα φορτία, επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο, και στο δρόμο τους προς την άνοδο ή την κάθοδο συγκρούονται με άτομα του αερίου.
 - Χάνουν τη μνήμη τους και έτσι δεν έχουν προτίμηση στην καινούργια τους κατεύθυνση: ξεκινούν λοιπόν πάλι με ταχύτητα μηδέν για την πορεία τους προς την άνοδο ή την κάθοδο.
 - Έτσι, παρ όλη τη δάχυση των φορτίων λόγω της τυχαίας τους κίνησης, υπάρχει και μια συνιστώσα κίνησης με σταθερή ταχύτητα “ολίσθησης” κατά τη φορά του ηλεκτρικού πεδίου.

Κίνηση των δημιουργούμενων ηλεκτρονίων και ιόντων (2)

- Ας πάρουμε τα ιόντα. **Ενεργός διατομή σκέδασης από τα άλλα άτομα: $\sigma \sim 4\pi R^2$** , ανεξάρτητη από την κινητική τους ενέργεια
 - όπου $R =$ ακτίνα ατόμου $\sim 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$



$$\rightarrow \sigma \sim 4\pi 10^{-20} \text{ m}^2 \sim 10^{-19} \text{ m}^2 = \mathbf{10^{-15} \text{ cm}^2}$$

- Οπότε η **μέση ελεύθερη διαδρομή ενός τέτοιου ιόντος** είναι $\lambda = 1/(\rho \sigma)$, όπου $\rho =$ αριθμητική πυκνότητα ατόμων ανά μονάδα όγκου
 - Για αέριο N_2 : $\rho \sim 1 \text{ g/cm}^3 * (1/\text{A}) * 6.022 * 10^{23}$ άτομα
 - $\rightarrow \lambda \sim \mathbf{100 \text{ nm}}$, ανεξάρτητο από την κινητική τους ενέργεια

Κινητικότητα ιόντων

Χωρίς ηλεκτρικό πεδίο

$$E_{\text{kinetic}} = \frac{1}{2} M v_t^2 = (3/2) kT$$

Σε αέριο N, $v_t \sim 500 \text{ m/s}$

$$v_t = \sqrt{\frac{3kT}{M}}$$

λ : Mean free path (ιόντων)

$$\Delta t = \lambda(E_{\text{kin}}) / v_t = \text{const.}$$

Since E_{kin} essentially thermal, and $v_{\text{therm.}}$

Με ηλεκτρικό πεδίο

Τα ιόντα επιταχύνονται με επιτάχυνση a , $a = \frac{eE}{M}$

Μέση ταχύτητα $v_d = \frac{a}{2} \Delta t = \frac{eE}{2M} \frac{\lambda}{v_t} = \frac{e\lambda}{\sqrt{12kT M}} E$

$$v(E) = \mu E$$

Drift velocity v_D for ions
proportional to E !

μ_+ : ion mobility e.g. $\mu_+ = 0.61 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ for C_4H_{10}

[$E = 1 \text{ kV/cm}$; typical drift distances = few cm \rightarrow typical ion drift time = few ms]

Για $\mu = 1 \text{ cm}^2 / \text{V s}$, και $E = 1 \text{ kV/cm}$,
στο άζωτο (N), έχουμε ταχύτητα
ολίσθησης $v_d = 34 \text{ m/s}$,

\rightarrow πολύ μικρότερη από της
θερμικής κίνησης ($v_t = 500 \text{ m/s}$)

Απώλειες ηλεκτρονίων

Κάποια ηλεκτρόνια μπορεί να χαθούν κατά την ολίσθηση

i. Επανασύνδεση ιόντων και ηλεκτρονίων

Εξαρτάται από τον αριθμό των φορέων φορτίου και τον συντελεστή επανασύνδεσης

Σε γενικές γραμμές δεν είναι σημαντικό ...

Recombination rate:

$$\Lambda = p_r \cdot n^+ n^-$$

→ Recombination coefficient $\approx 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$

ii. Προσάρτηση ηλεκτρονίων

Ηλεκτρο-αρνητικά αέρια δεσμεύει ηλεκτρόνια, π.χ.: O_2 , Freon, Cl_2 , SF_6
Ισχυρή ενεργειακή εξάρτηση του συντελεστή προσάρτησης h ("Ramsauer effect") ...

Π.χ. O_2 : $h = 10^{-4}$

Συγκρούσεις των ηλεκτρονίων ανά δευτερόλεπτο: 10^{11}
Τυπικός χρόνος ολίσθησης ηλεκτρονίων: $\approx 10^{-6} \text{ s}$

Fraction lost: $X_{\text{loss}} = 10^{-4} \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot p = 10p$
 $X_{\text{loss}} < 1\% \rightarrow p < 10^{-3}$, i.e. less than 1 ‰ admixture

Έτσι υπολογίζουμε πόση καθαρότητα χρειαζόμαστε
→ πόση πρόσμιξη μπορούμε να ανεχθούμε

Oxygen should be kept out

p = ποσοστό πρόσμιξης (π.χ. 1 στα 100 μόρια είναι πρόσμιξη: $p=1\%$)
 $10^{11} \cdot p$ = αριθμός συγκρούσεων / s με μόρια πρόσμιξης.

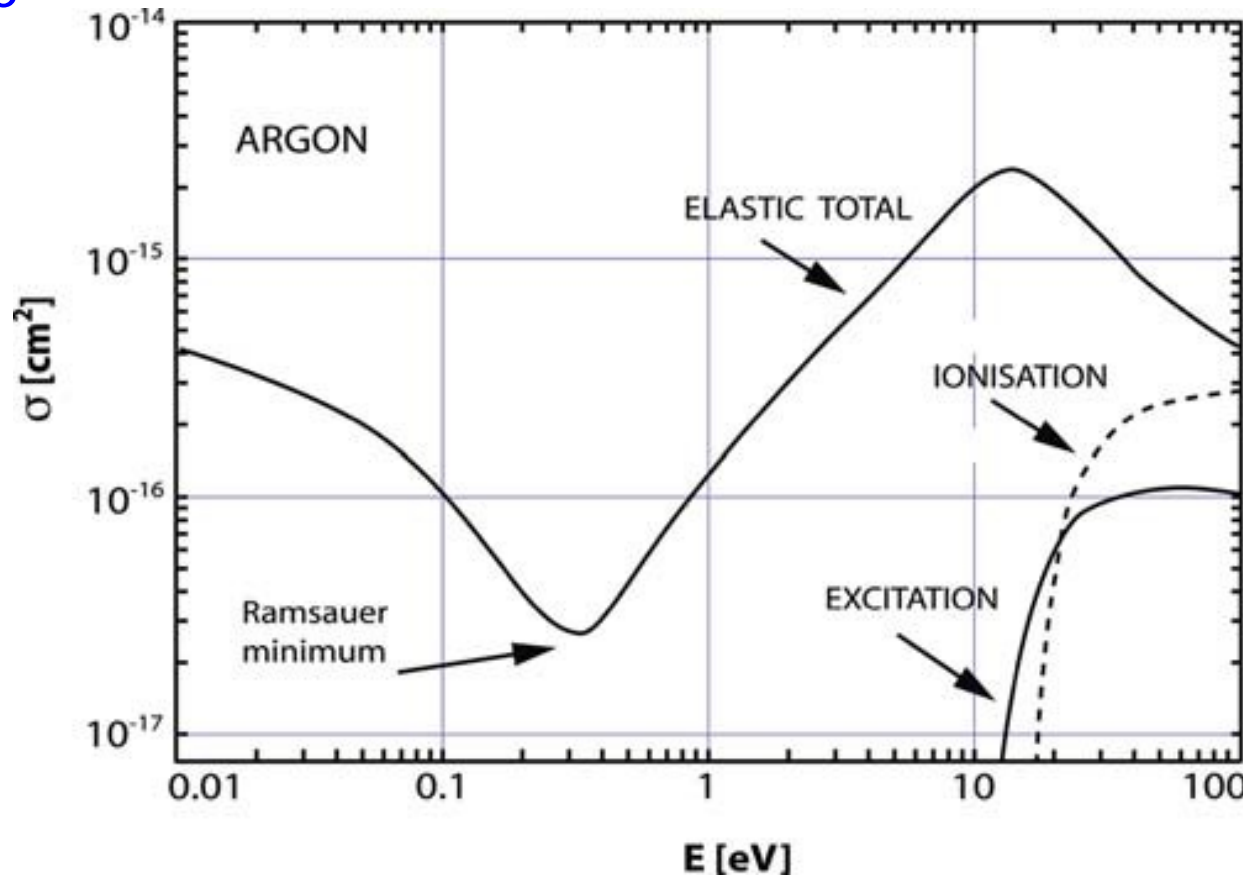
h = πιθανότητα δέσμευσης του ηλεκτρονίου σε μια τέτοια σύγκρουση

Κινητικότητα ηλεκτρονίων

Η ενεργός διατομή συγκρούσεων εξαρτάται ισχυρά από την $E_{κιν}$ των ηλεκτρονίων

→ Άρα, η μέση ελεύθερη διαδρομή των ηλεκτρονίων, $\lambda = 1/(\rho_{ατόμων} * \sigma)$, εξαρτάται από την ενέργειά τους, και άρα από το ηλεκτρικό πεδίο που τους δίνει την ενέργεια

→ Ο συντελεστής κινητικότητας (mobility, μ) των ηλεκτρονίων εξαρτάται απ'το ηλεκτρικό πεδίο

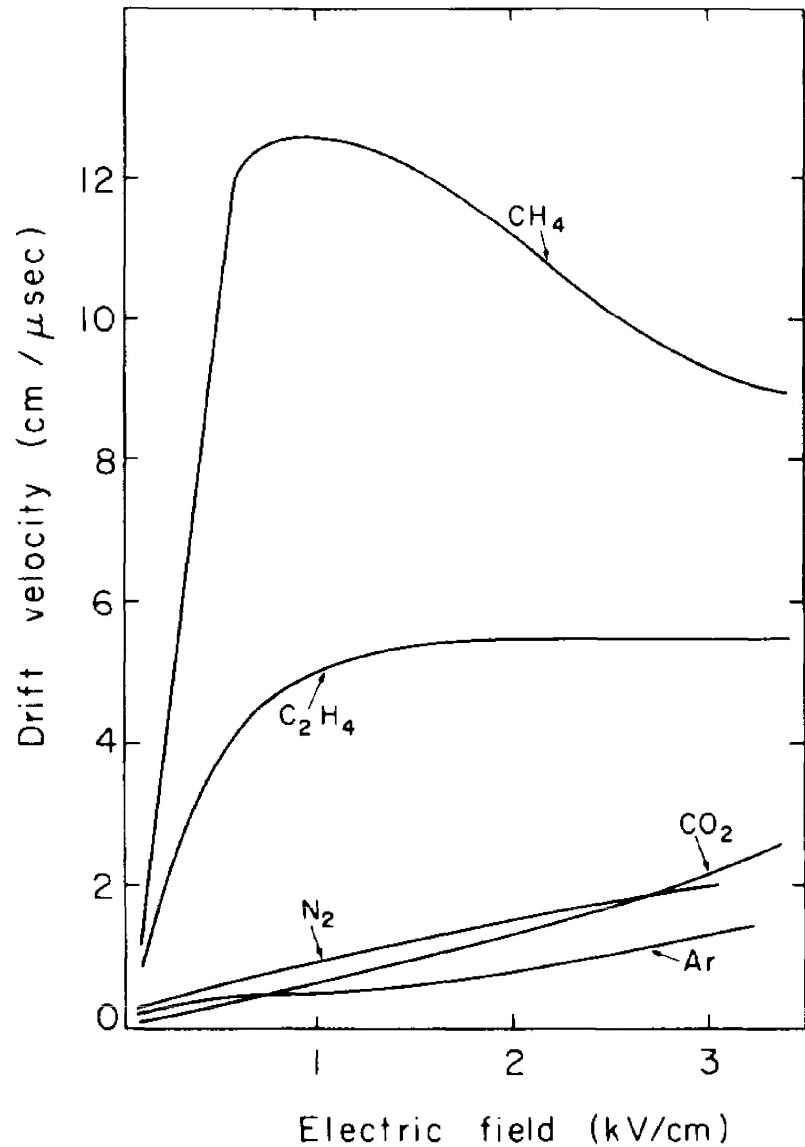


Σε αντίθεση με τα ηλεκτρόνια:

← η ενεργός διατομή για τις συγκρούσεις μεταξύ ατόμων είναι σταθερή στα 10^{-15} cm^2 , ανεξάρτητη της ενέργειάς τους

Τυπικές ταχ. ολίσθησης ηλεκτρονίων $\sim \text{cm}/\mu\text{s}$ σε πεδίο $1\text{kV}/\text{cm}$ (10.000 ταχύτερα των ιόντων)

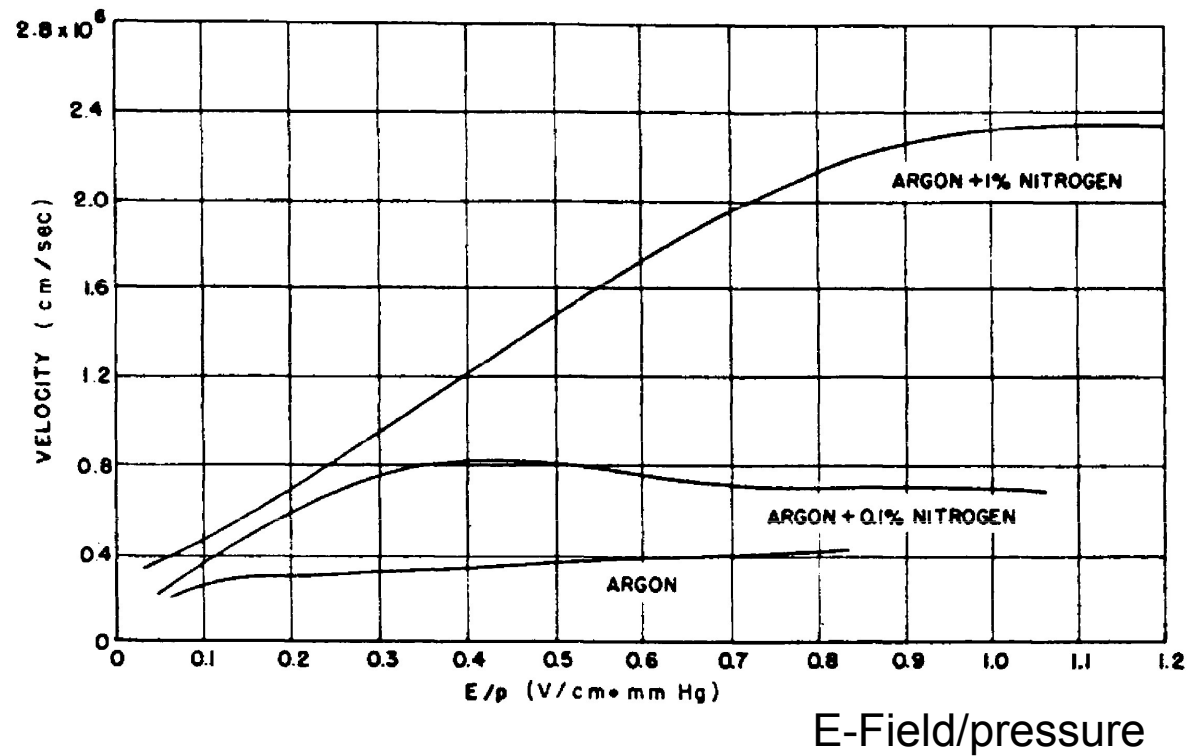
Ολίσθηση (drift) και διάχυση (diffusion) σε αέρια (1)



Drift velocity of electrons
in several gases at normal conditions

Use gas mixture to obtain constant v

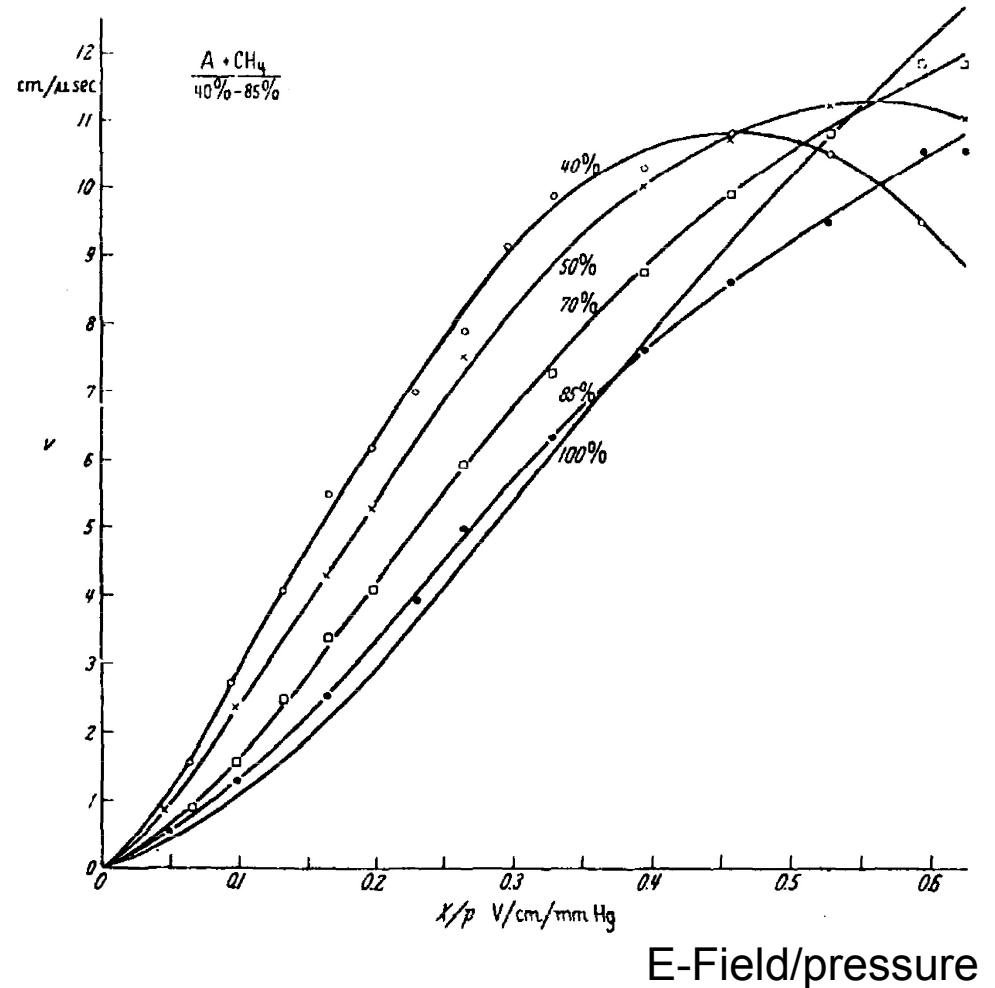
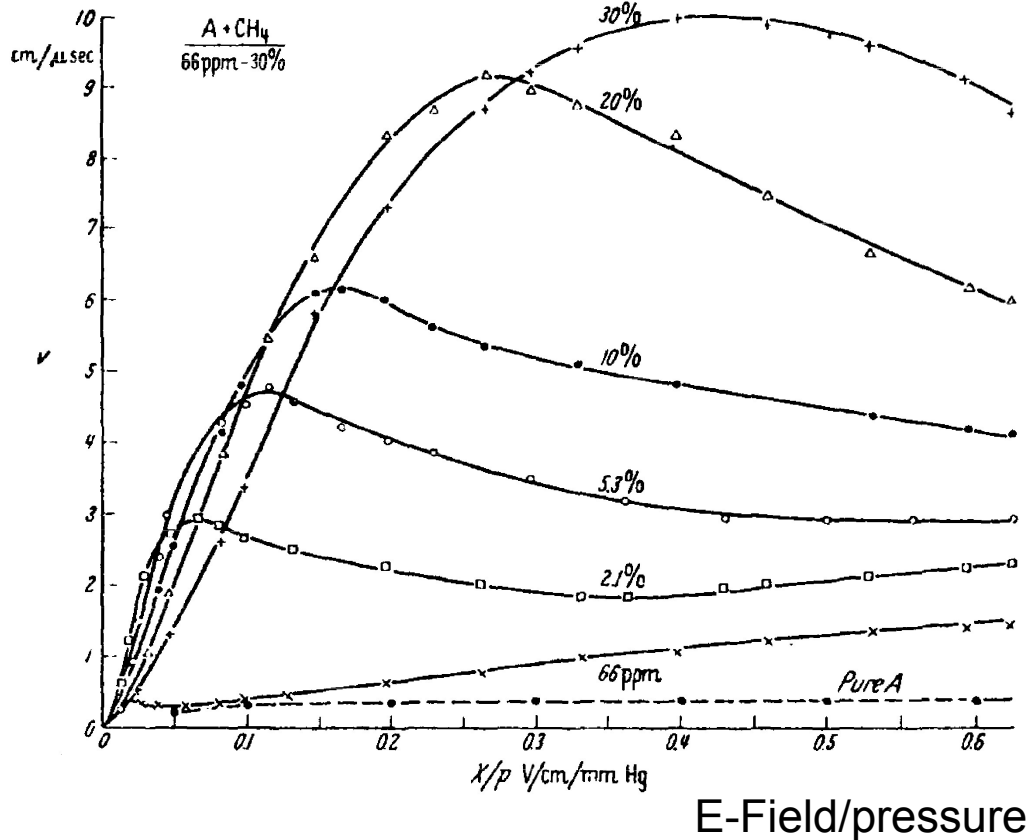
Important for applications
using drift time to get
spatial information



Ολίσθηση (drift) και διάχυση (diffusion) σε αέρια (2)

Drift velocity v_D

Drift velocity v_D



Drift velocity in several argon-methane (CH_4) mixtures

Πολλαπλασιασμός φορτίων = Ενίσχυση = “Gas Amplification”

- Έχουμε δει ότι η μέση ελεύθερη διαδρομή των ηλεκτρονίων, $\lambda = 1/(\rho_{\text{ατόμων}} * \sigma)$, εξαρτάται από την ενέργειά τους, και άρα από το ηλεκτρικό πεδίο που τους δίνει την ενέργεια. Ορίζουμε τον “πρώτο συντελεστή Townsend” ως $\alpha^{-1} = \lambda$. Επειδή $1/\lambda$ είναι η πιθανότητα δημιουργίας 1 καινούργιου ηλεκτρονίου ανά μονάδα μήκους, έχουμε:
- Όταν “n” αρχικά ηλεκτρόνια ολισθαίνουν μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο για μια απόσταση “dx”, δημιουργούν ιονισμούς και έχουμε αύξηση του πληθυσμού ηλεκτρονίων κατά $dn = n \alpha dx$

- Με ολοκλήρωση: ο συνολικός πληθυσμός των ηλεκτρονίων είναι $n = n_0 e^{\alpha x}$ οπότε η ενίσχυση

(gas amplification) είναι

$$M = n/n_0 = M = e^{\int_{x_1}^x \alpha(x) dx}$$

Η ενίσχυση σε ένα συνηθισμένο

αέριο μίγμα Ar-CO₂ 80%–20% φαίνεται δίπλα: **μπορούμε σχετικά εύκολα να πετύχουμε ενισχύσεις της τάξης των 10⁵**

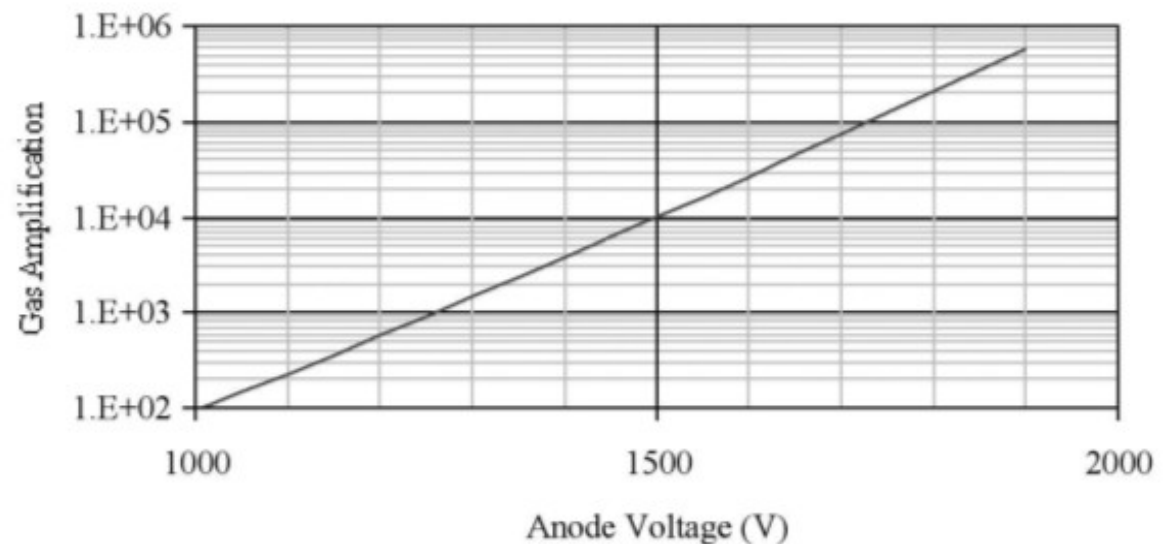
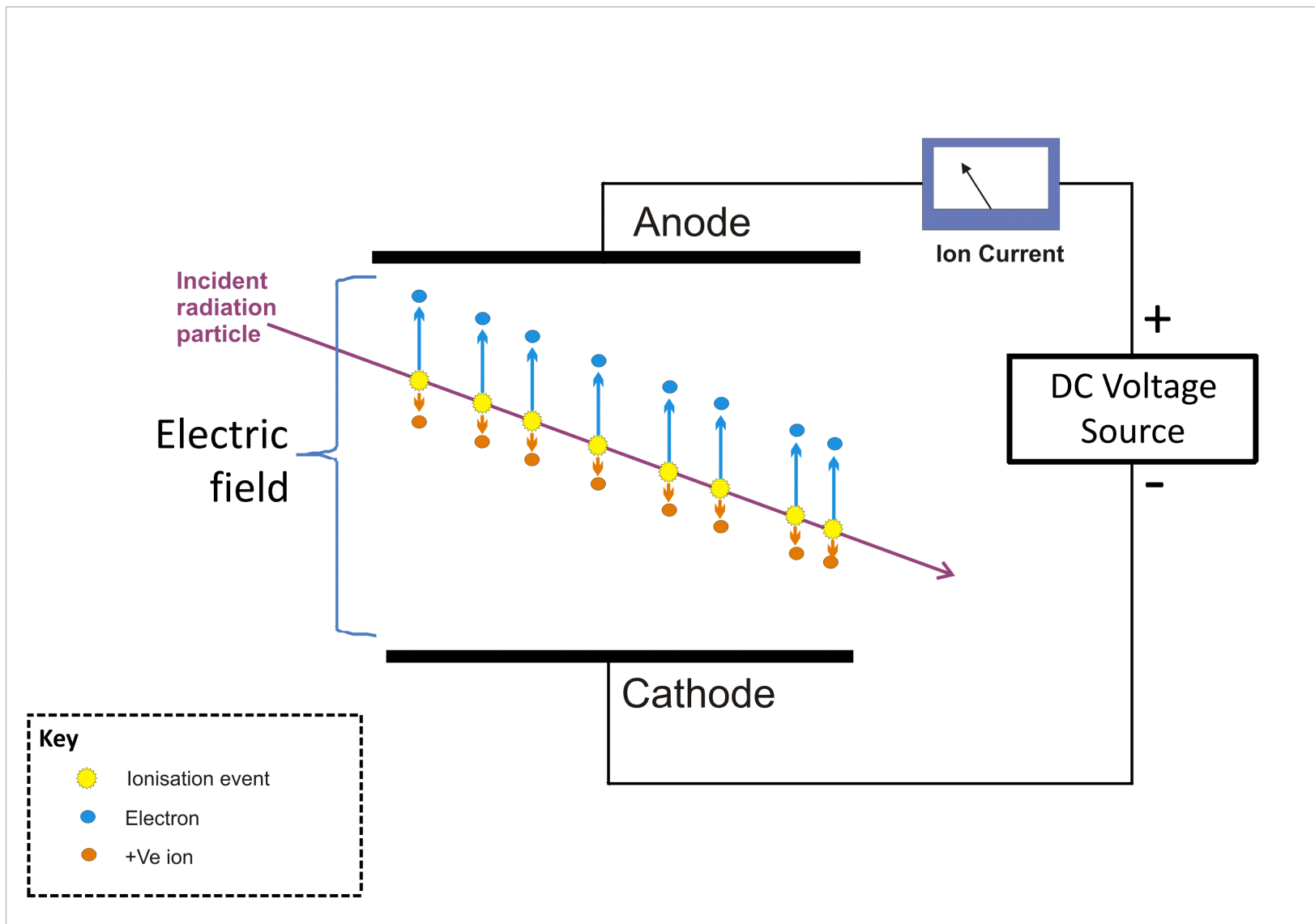


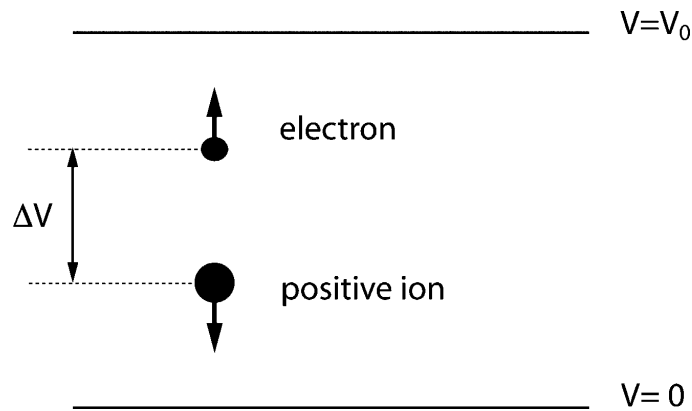
Fig. 19: Gas amplification as function of voltage in Ar-CO₂ [80%–20%].

2. Θάλαμος Ιονισμού

Θάλαμος ιονισμού με παράλληλες πλάκες – σταθερό ηλεκτρικό πεδίο



Θάλαμος ιονισμού – δημιουργία σήματος (1)



- * Πόση ενέργεια έχει ο πυκνωτής: $\frac{1}{2} C V_0$
- * Σε έναν ιονισμό, έχουμε δημιουργία ζεύγους ηλεκτρονίου-ιόντος, που αρχίζουν να κινούνται προς την άνοδο και την κάθοδο αντίστοιχα.
- * Έργο πάνω στο ηλεκτρόνιο: $q \cdot \Delta V = -e \cdot \Delta V$ (1)
- * Ποιός έκανε το έργο; Ο πυκνωτής
- * Πόση ενέργεια σπατάλησε ο πυκνωτής;
- $d(\frac{1}{2} C V_0) = V_0 C dV_0$ (2)
- * (1) = (2) $\rightarrow V_0 C dV_0 = -e \cdot \Delta V \rightarrow$
 $\rightarrow dV_0 = -e \Delta V / (C V_0)$

! Αφού άλλαξε η διαφορά δυναμικού στις πλάκες του πυκνωτή, σημαίνει ότι άλλαξε και το φορτίο ώστε $Q/V = C = \text{σταθερό}$
 $\rightarrow dQ / dV_0 = C \rightarrow dQ = -e \Delta V / V_0$

Αυτή η αλλαγή στο φορτίο γίνεται σε χρόνο dt , όσο χρειάζεται το ηλεκτρόνιο να καλύψει μια απόσταση ds όπου βλέπει διαφορά δυναμικού ΔV .

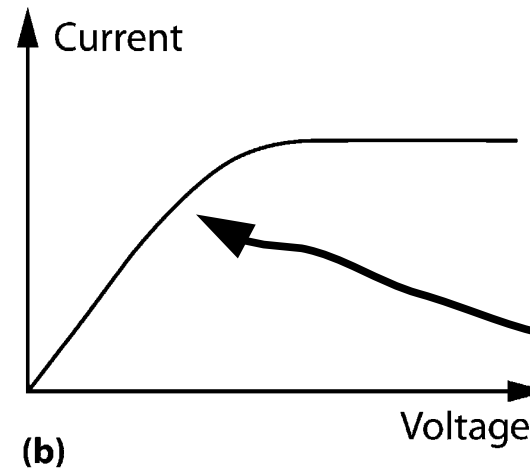
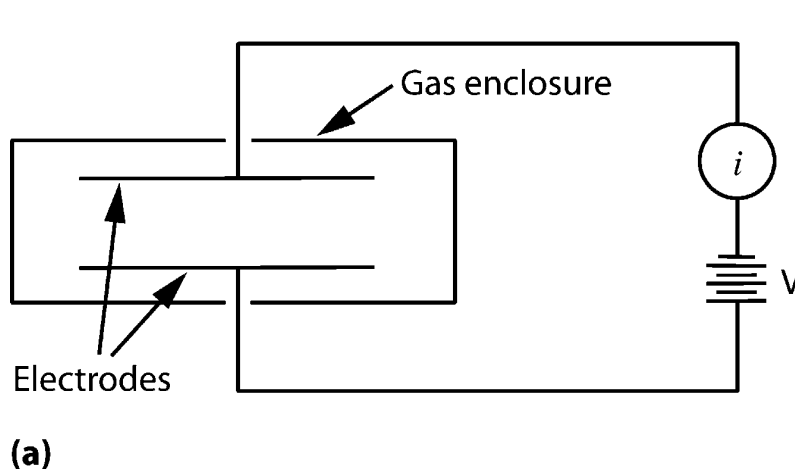
“Επαγόμενο” φορτίο (που εμφανίζεται αβίαστα από τη διατήρησης ενέργειας) σημαίνει: έχουμε ένα “επαγόμενο” ρεύμα (induced charge and induced current) στο εξωτερικό κύκλωμα του πυκνωτή:

$$I = dQ/dt = -e \Delta V / (V_0 dt) = -e / V_0 * \Delta V/ds * ds/dt$$

$\Delta V/ds = \text{ηλεκτρικό πεδίο, } E.$

$ds/dt = \text{ταχύτητα ολίσθησης} = \mu E$

Θάλαμος ιονισμού – δημιουργία σήματος (2)



Επαγόμενο ρεύμα στο εξωτερικό κύκλωμα του πυκνωτή:

$$I = dQ/dt = -e \Delta V / (V_0 dt) = -e / V_0 * \Delta V/ds * ds/dt$$

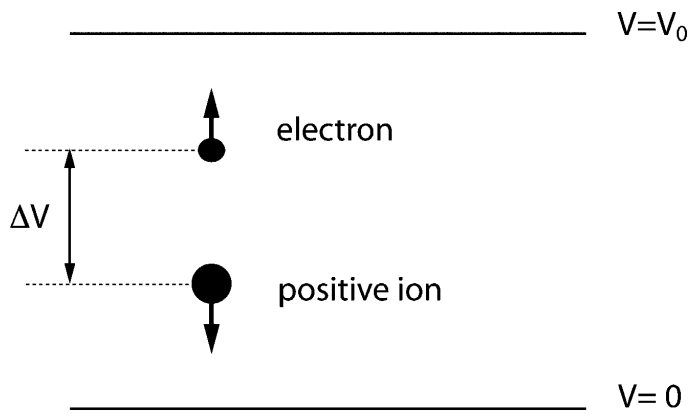
$\Delta V/ds$ = ηλεκτρικό πεδίο, E . ds/dt = ταχύτητα ολίσθησης = μE

Για τον πυκνωτή με τις παράλληλες πλάκες, $E = \text{σταθερό} = V_0 / L$

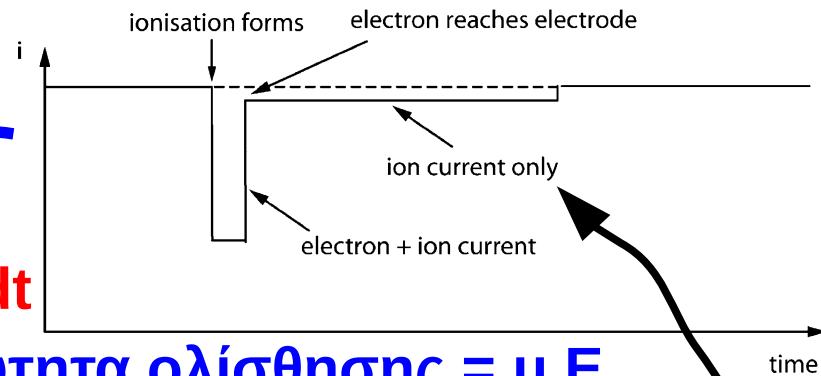
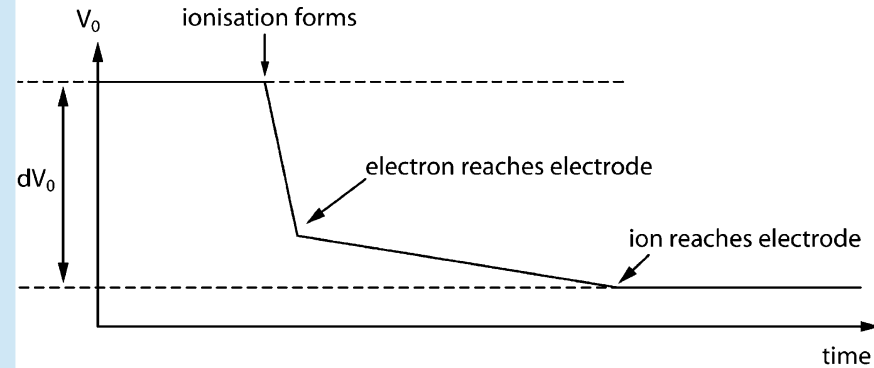
$$I = -e / V_0 * V_0/L * \mu * E = -e/L * \mu * V_0/L = \text{σταθ} * V_0$$

! Επαγόμενο ρεύμα γραμμικό με τη διαφορά δυναμικού

Θάλαμος ιονισμού – δημιουργία σήματος (3)



$dV_0 / dt = I/C$
 $= \text{σταθερά}$
 $\rightarrow V_0$ πέφτει
 με σταθερή
 κλίση,
 ανάλογη της
 κινητικότητας μ



1

Επαγόμενο ρεύμα στο κύκλωμα του πυκνωτή:

$$I = dQ/dt = -e \Delta V / (V_0 dt) = -e / V_0 * \Delta V/ds * ds/dt$$

$\Delta V/ds =$ ηλεκτρικό πεδίο, E . $ds/dt =$ ταχύτητα ολίσθησης $= \mu E$

Για τον πυκνωτή με τις παράλληλες πλάκες, $E = \text{σταθερό} = V_0 / L$

$$I = -e / V_0 * V_0/L * \mu * E = -e/L * \mu * V_0/L = (-e/L^2 * V_0) * \mu = \text{σταθερό!}$$

! Για τα ιόντα, ολίοϊδιο: $-e \rightarrow +e$, $\Delta V = V_0 \rightarrow -V_0 \Rightarrow I = (-e/L^2 * V_0) * \mu_{\text{Ιόντων}}$

Επαγόμενο ρεύμα από ιόντα σταθερό επίσης, μικρότερο από των ηλεκτρονίων, αλλά για περισσότερο χρόνο: μέχρι να φάσουν τα αργοκίνητα ιόντα στην κάθοδο.

3. Θάλαμος Ιονισμού με μη-ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (αναλογικός κυλινδρικός απαρθιμητής ενός σύρματος)

Αναλογικός απεριθμητής - μη ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

$$\int_{\text{surface}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{volume}} q \cdot dv$$

$$\epsilon E(\rho) 2\pi \rho L = Q$$

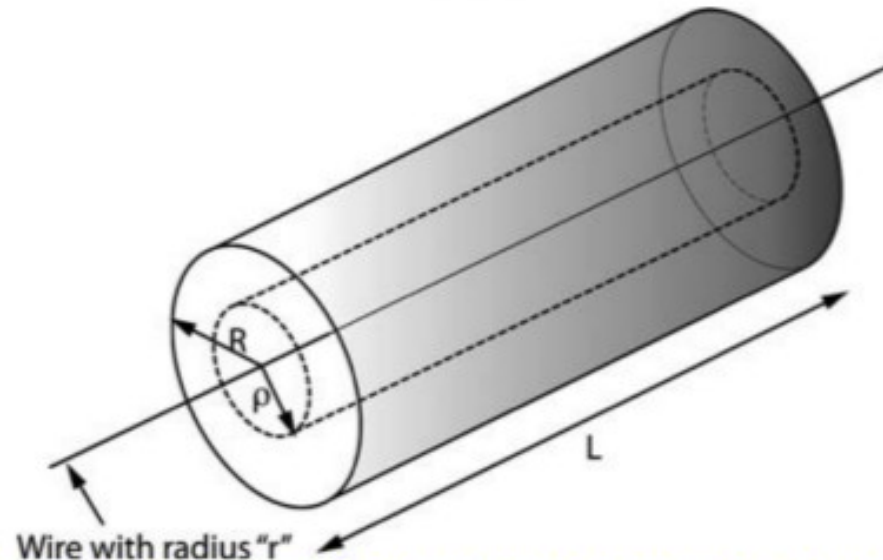
$$E(\rho) = \frac{Q}{2\pi \epsilon L} \frac{1}{\rho}$$

$$E = -\frac{dV}{d\rho}$$

$$V(R) - V(r) = -\int_r^R E(\rho) d\rho$$

$$V_0 = \int_r^R E(\rho) d\rho = \frac{Q}{2\pi \epsilon L} \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

**Δυναμικό
στη θέση r**



Το φορτίο Q στο σύρμα, είναι ανάλογο της διαφοράς δυναμικού V: ο συντελεστής αναλογίας λέγεται χωρητικότητα (capacitance), C

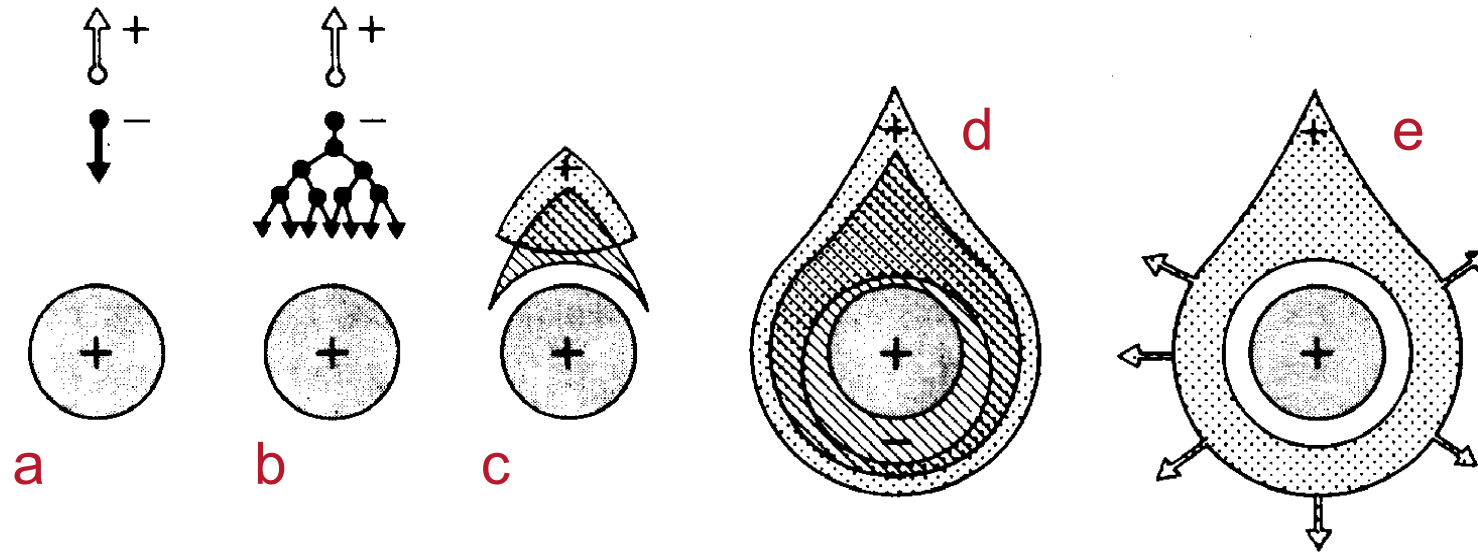
$$C = \frac{Q}{V_0} = \frac{2\pi \epsilon L}{\ln(R/r)}$$

Ηλεκτρικό πεδίο στη θέση r:

$$E(\rho) = \frac{V_0}{\rho \ln(R/r)}$$

ΜΗ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ηλεκτρικό πεδίο:
Ε πολύ μεγάλο όσο πιο κοντά στο σύρμα

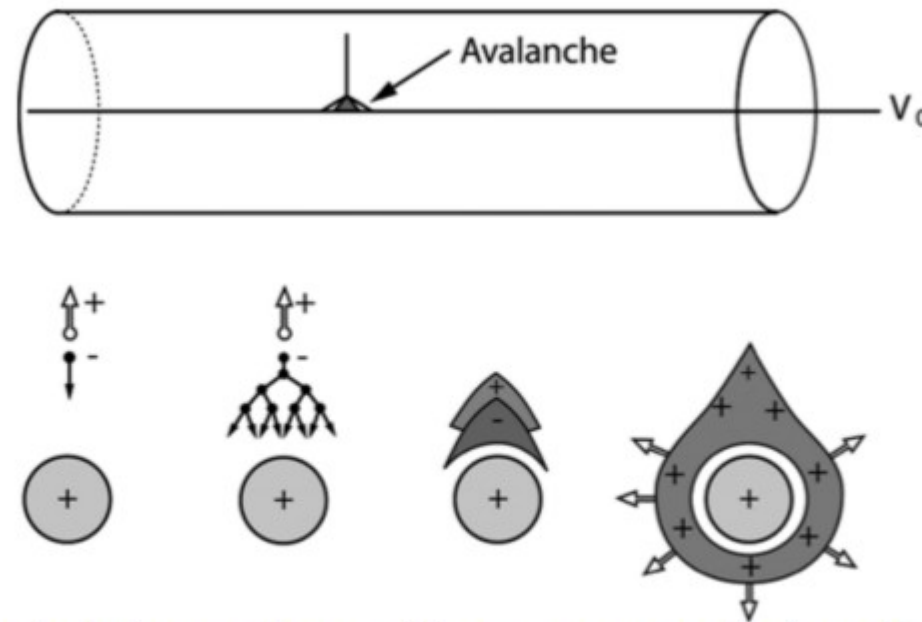
Αναλογικός απεριθμητής - ανάπτυξη καταιγισμού



Χρονική ανάπτυξη χιονοστιβάδας στον αναλογικό ανιχνευτή

Ένα πρωταρχικό ηλεκτρόνιο κατευθύνεται προς την άνοδο σε περιοχή όπου αυξάνει το ηλεκτρικό πεδίο και προκαλεί συγκρούσεις ιονισμού. Λόγω της διάχυσης αναπτύσσεται μια χιονοστιβάδα ως σταγώνα που περιβάλλει το σύρμα.

Αναλογικός απαριθμητής - ανάπτυξη καταιγισμού & σήματος



π.χ. για σύρμα (wire) με ακτίνα $r = 10 \mu\text{m}$, και με πηγή τάσης $V_0 = 1000 \text{ Volts}$, το ηλεκτρικό πεδίο κοντά στο σύρμα είναι $E \sim 1.5 \cdot 10^7 \text{ Volts/m}$

-> αρκετό ώστε ένα ηλεκτρόνιο να αποκτήσει αρκετή ενέργεια ώστε να ιονίσει ένα άλλο άτομο πηγαίνοντας προς το σύρμα: παραγωγή νέου ζεύγους ηλεκτρονίου-ιόντος

-> "πολλαπλασιασμός" ηλεκτρονίων ("electron multiplication").

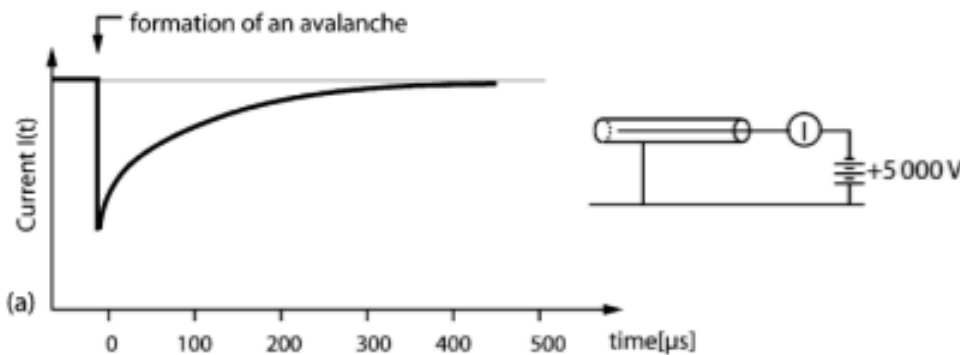
Τα πολλά φορτία δημιουργούνται πολύ κοντά στο σύρμα, μερικές φορές την ακτίνα του. Πολύ περισσότερα από τα ~ 100 ζεύγη/cm που είδαμε στην αρχή, από πρωτογενείς και δευτερογενείς ιονισμούς. → Άρα το σήμα μας έρχεται κατά βάση από τη συνεσφορά αυτών των φορτίων του καταιγισμού κοντά στο σύρμα.

* Τα ηλεκτρόνια είναι πολύ γρήγορα (cm/μs): σε $\sim 1\text{ns}$ έχουν φτάσει στο σύρμα

* Τα ιόντα κινούνται αργά και έχουν να διανύσουν μεγάλη απόσταση (από το σύρμα έως το τοίχωμα-κάθοδο) → αργό σήμα , εκατοντάδες μs.

Αναλογικός απαριθμητής - ανάπτυξη σήματος με βάση το επαγόμενο ρεύμα που βρήκαμε πριν

Τα πολλά φορτία δημιουργούνται κοντά στο σύρμα-άνοδο.
 Γρήγορο σήμα (1 ns) από τα ηλεκτρόνια.
 Τα ιόντα κινούνται προς την κάθοδο:
 στην αρχή σχετικά γρήγορα γιατί είναι σε μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο,
 αλλά όσο απομακρύνονται, κινούνται όλο και πιο αργά. **Οπότε το επαγόμενο ρεύμα μειώνεται**



Επαγόμενο ρεύμα από την κίνηση των ιόντων στο εξωτερικό κύκλωμα του πυκνωτή:

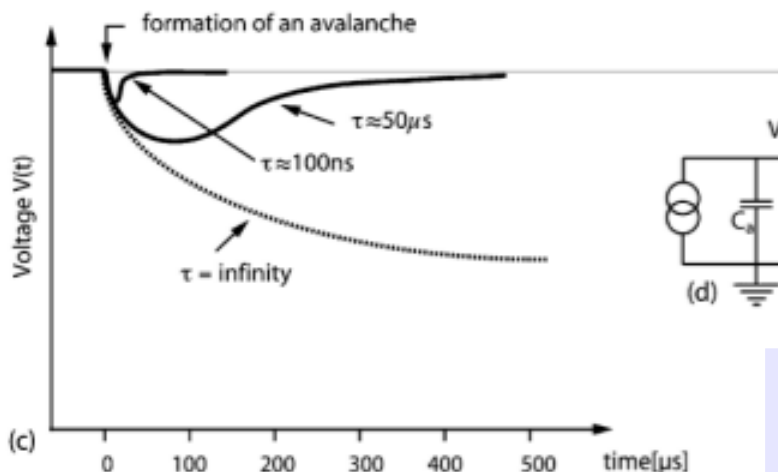
κίνηση φοτίου e σε διαφορά δυναμικού $\Delta V = -|\Delta V|$

$$I = dQ/dt = e \Delta V / (V_0 dt) = -e / V_0 * |\Delta V|/ds * ds/dt$$

$|\Delta V|/ds =$ ηλεκτρικό πεδίο, E . $ds/dt =$ ταχύτητα ολίσθησης $= \mu E$

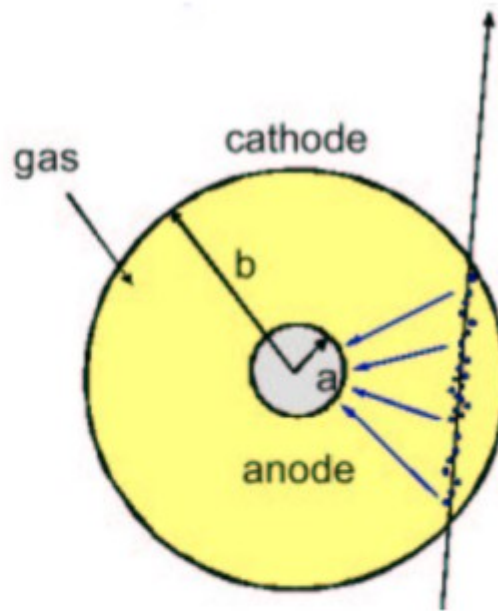
Η μεγάλη συνεισφορά στο ρεύμα είναι από τα ιόντα, τα οποία κινούνται για πολύ περισσότερο χρόνο. Μεγάλο ρεύμα στην αρχή, κοντά στο σύρμα, γιατί εκεί βλέπουν μεγάλη διαφορά στο δυναμικό ανα μονάδα μήκους. Μετά, η μεταβολή είναι πιο μικρή, και το ρεύμα γίνεται πιο μικρό.

Το επαγόμενο ρεύμα δημιουργεί πτώση τάσης στην εξωτερική αντίσταση, ίση με την αλλαγή τάσης στα άκρα του πυκνωτή



Απλοποιημένο κύκλωμα θαλάμου ως πηγή ρεύματος, με τη χωρητικότητα του θαλάμου, C , συνδεδεμένου παράλληλα με εξωτερική αντίσταση, R

Αναλογικός απαριθμητής - ανάπτυξη σήματος (1)



Θα δούμε ότι η μεταβολή στη διαφορά δυναμικού στον πυκνωτή, και άρα το επαγόμενο φορτίο, και άρα το επαγόμενο ρεύμα, είναι κυρίως λόγω της κίνησης των ιόντων!

Fig. 21: Cross-section of a proportional chamber.

The electric field at a distance r from the center can be written as:

$$E(r) = \frac{1}{r} \frac{CV_0}{2\pi\epsilon_0}$$

Δείτε μερικές σελίδες πριν για την απόδειξη.

Εκεί: εσωτερική ακτίνα ρ , και εξωτερική R

Εδώ: εσωτερική ακτίνα a , και εξωτερική b

The formation of signal can be understood as follows. The electrostatic energy of the configuration is: $W = \frac{1}{2}lCV_0^2$, where C is the capacitance per unit length, V_0 the over-all potential difference and l is the length of the counter. The potential energy of a charged particle at radius r is given by the charge times the potential:

$$\frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

$$W = -q \frac{CV_0}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a}$$

$$W = q * \text{Δυναμικό}$$

$$= q * \phi$$

$$Q \text{ πυκνωτή} = CL * V_0$$

Δυναμικό στη θέση r

έτρηση θέσης

Αναλογικός απεριθμητής - ανάπτυξη σήματος (2)

Πάλι από διατήρηση ενέργειας:

when the particle moves in the electric field:

$$W = \frac{1}{2} l C V_0^2.$$

$$\rightarrow dW = l C V_0 dV = q \frac{d\varphi(r)}{dr} dr, \quad \text{where } \varphi(r) = -\frac{C V_0}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r}{a}.$$

Έργο πάνω στο φορτίο q , που κινείται σε απόσταση dr και βλέπει διαφορά δυναμικού $d\varphi = q * d\varphi$

The signal is induced mainly by the positive ions created near the anode. This can be seen if we assume that all charges Q are created within a distance λ from the anode. λ is of the order of a few 10's of μm , hence $V_{electron} \cong V_{ion}/100$ which can be seen from the equations below setting in the correct values for a and b :

Μεταβολή του δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή, dV , εξ επαγωγής λόγω της κίνησης των φορτίων.

$$V_{electron} = -\frac{Q}{l C V_0} \int_a^{a+\lambda} \frac{dV}{dr} dr = -\frac{Q}{2\pi\epsilon l} \ln \frac{a+\lambda}{a},$$
$$V_{ion} = \frac{Q}{l C V_0} \int_{a+\lambda}^b \frac{dV}{dr} dr = -\frac{Q}{2\pi\epsilon l} \ln \frac{b}{a+\lambda}.$$

Ολική μεταβολή = ολοκλήρωμα του dV από την αρχική στην τελική θέση

Για τα ηλεκτρόνια: αρχική θέση: $a+\lambda$ = κοντά στο κεντρικό σύρμα-άνοδο ($\lambda \sim 30 \mu\text{m}$)

Τελική θέση: a = πάνω στο κεντρικό σύρμα-άνοδο ($a \sim 10 \mu\text{m}$)

Για τα ιόντα:

αρχική θέση: $a+\lambda$ = κοντά στο κεντρικό σύρμα-άνοδο

Τελική θέση: b = πάνω στο τοίχωμα-κάθοδο ($b \sim 1 \text{ cm}$)

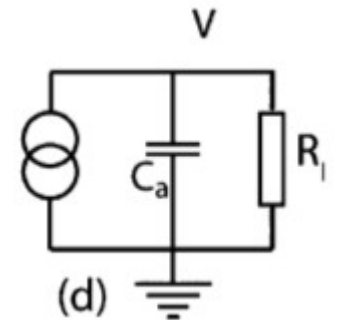
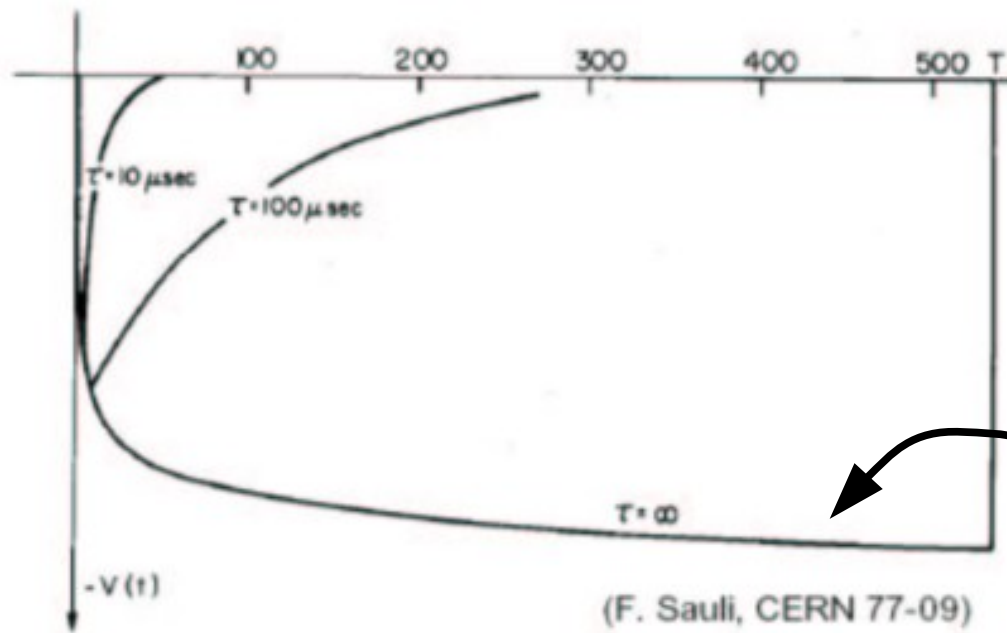
Οπότε: $V_{\text{από ιόντα}} \sim 100 * V_{\text{από ηλεκτρόνια}}$

Αναλογικός απαριθμητής - ανάπτυξη σήματος (3)

The time development of the signal can be computed neglecting the electron contribution and assuming all ions leaving from the wire surface:

$$V(t) = V_{ion} = \frac{Q}{lCV_0} \int_{r(0)}^{r(t)} \frac{dV}{dr} dr = -\frac{Q}{2\pi\epsilon l} \ln \frac{r(t)}{a}$$

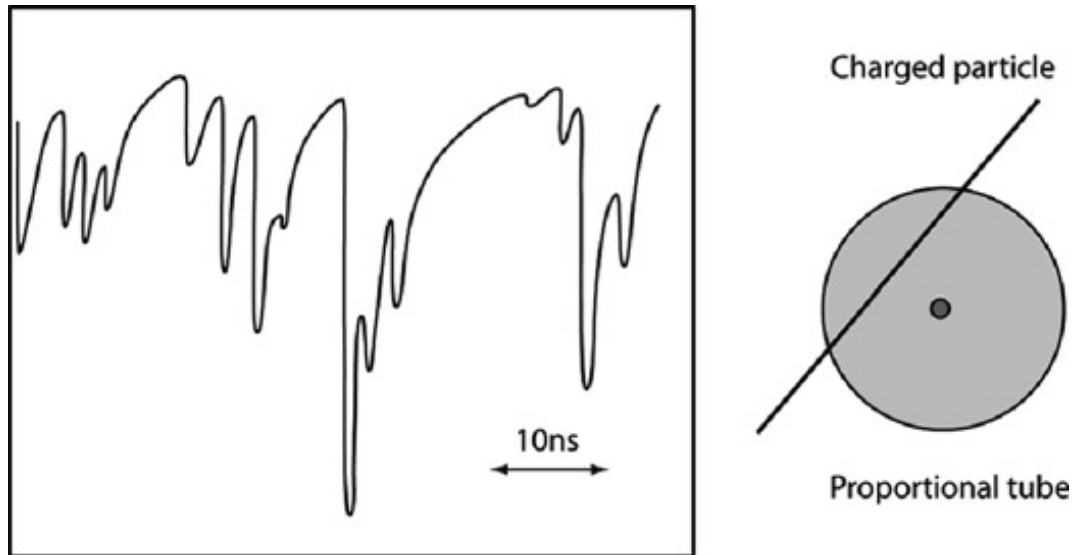
The final result for $V(t)$ is shown in Fig. 22.



Απλοποιημένο κύκλωμα θαλάμου ιονισμού ως πηγή ρεύματος, με τη χωρητικότητα του θαλάμου, C , συνδεδεμένου παράλληλα με εξωτερική αντίσταση, R
Σταθερά χρόνου $\tau = RC$
 Αν η εξωτερική αντίσταση είναι άπειρη, τότε το σήμα διαρκεί όσο χρόνο ολισθαίνουν τα ιόντα ($\sim 500\mu s$)

Fig. 22: Typical signal induced in a proportional chamber. T is the total drift time of positive ions from anode to cathode. The pulse shape obtained with several differentiation time constants is also shown. Electronics differentiation is used to limit dead time. Note that one can speed up the response but at the cost of collecting only a very limited part of the signal. The initial drift-time and ultimate time response can be understood from the electron drift in the electrical field and gas-mixture used.

Αναλογικός απαριθμητής - ανάπτυξη σήματος (4)



Αν η σταθερά χρόνου του κυκλώματος $\tau = RC = \text{εξωτερική αντίσταση} * \text{χωρητικότητα θαλάμου}$ είναι πολύ μικρή, τότε βλέπουμε τη συνεισφορά κάθε πρωτογενούς ηλεκτρονίου στο ρεύμα.

Αναλογικός απεριθμητής ενός σύρματος

Ionization mode:

full charge collection
no multiplication; gain ≈ 1

Proportional mode:

multiplication of ionization signal proportional to ionization measurement of dE/dx
secondary avalanches need quenching;
gain $\approx 10^4 - 10^5$

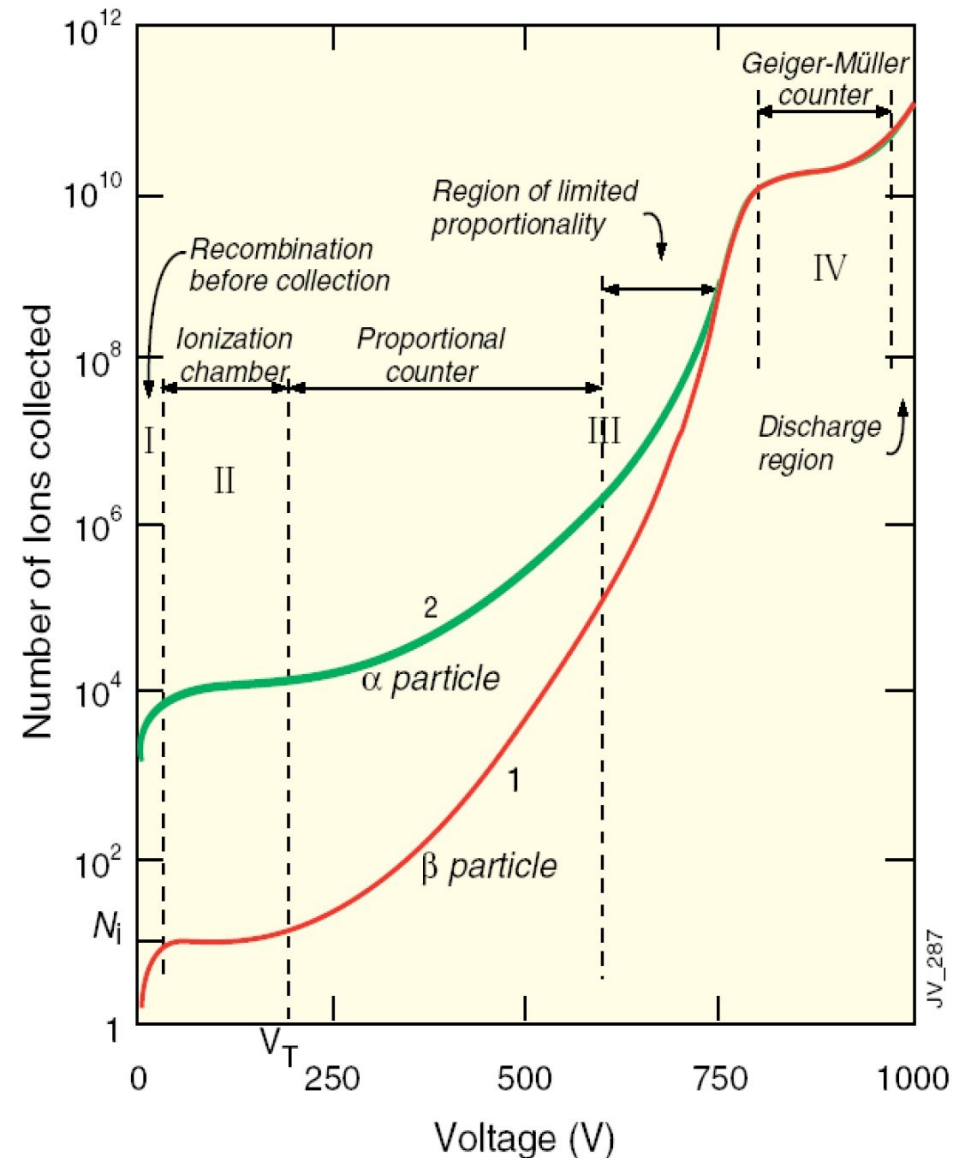
Limited proportional mode:

[saturated, streamer]

strong photoemission
requires strong quenchers or pulsed HV;
gain $\approx 10^{10}$

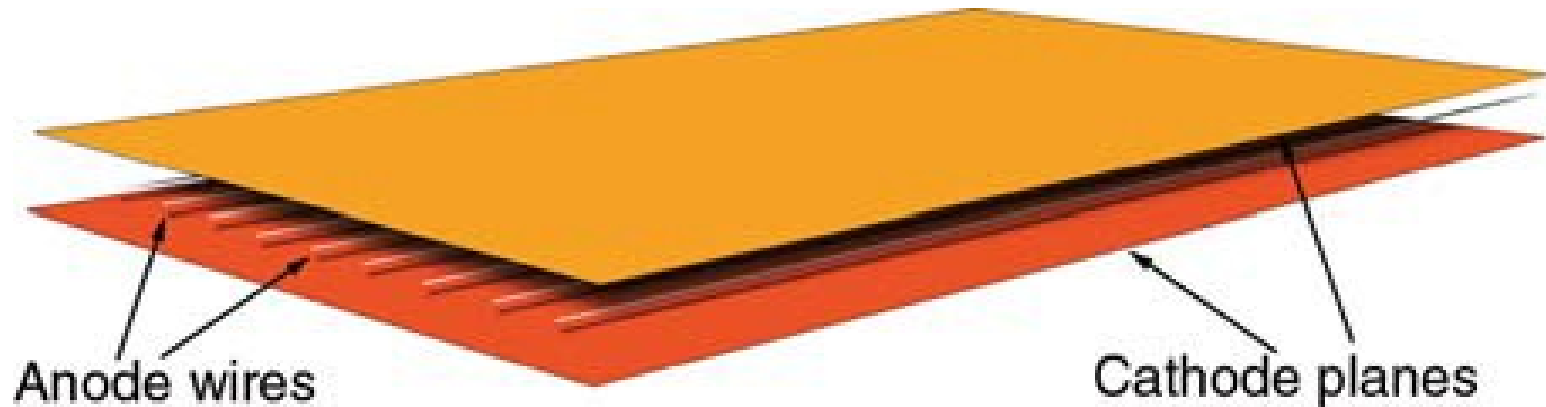
Geiger mode:

massive photoemission;
full length of the anode wire affected;
discharge stopped by HV cut



3. Πολυσυρματικοί θάλαμοι και μέτρηση θέσης διελεύσεως τροχιάς

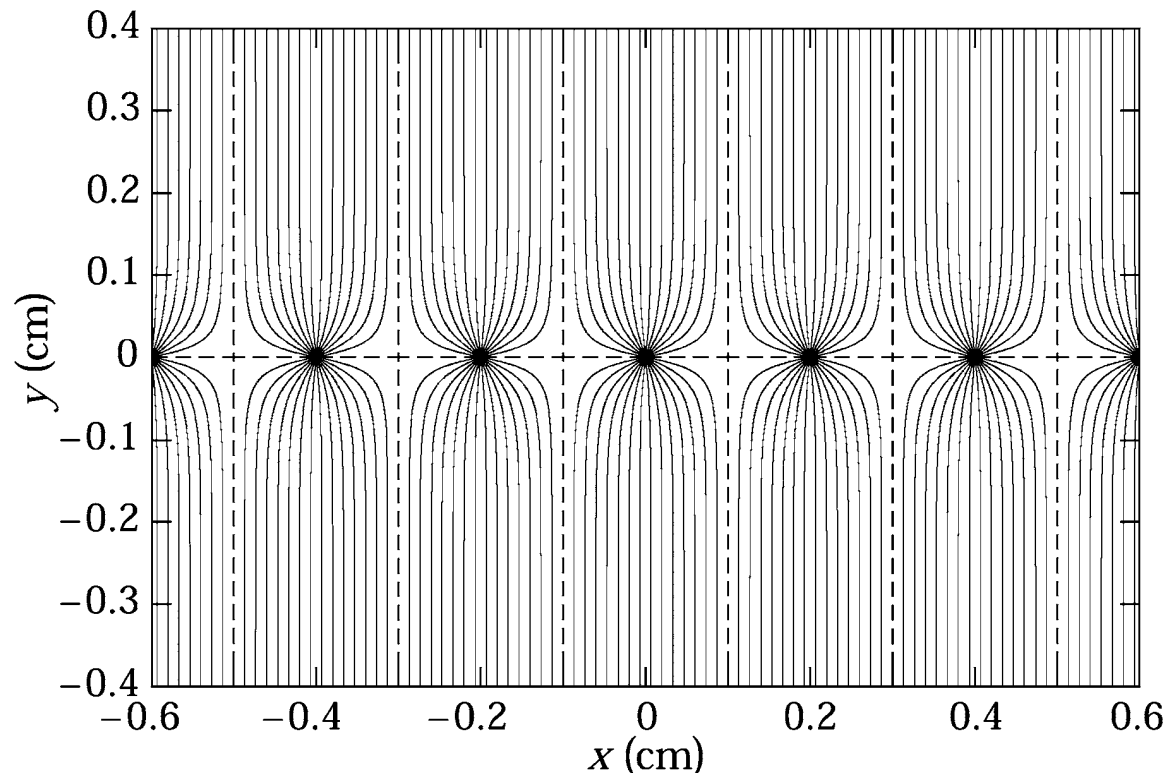
Πολυσυρματικός αναλογικός απαριθμητής (1) Multi-wire Proportional Chamber (MWPC)



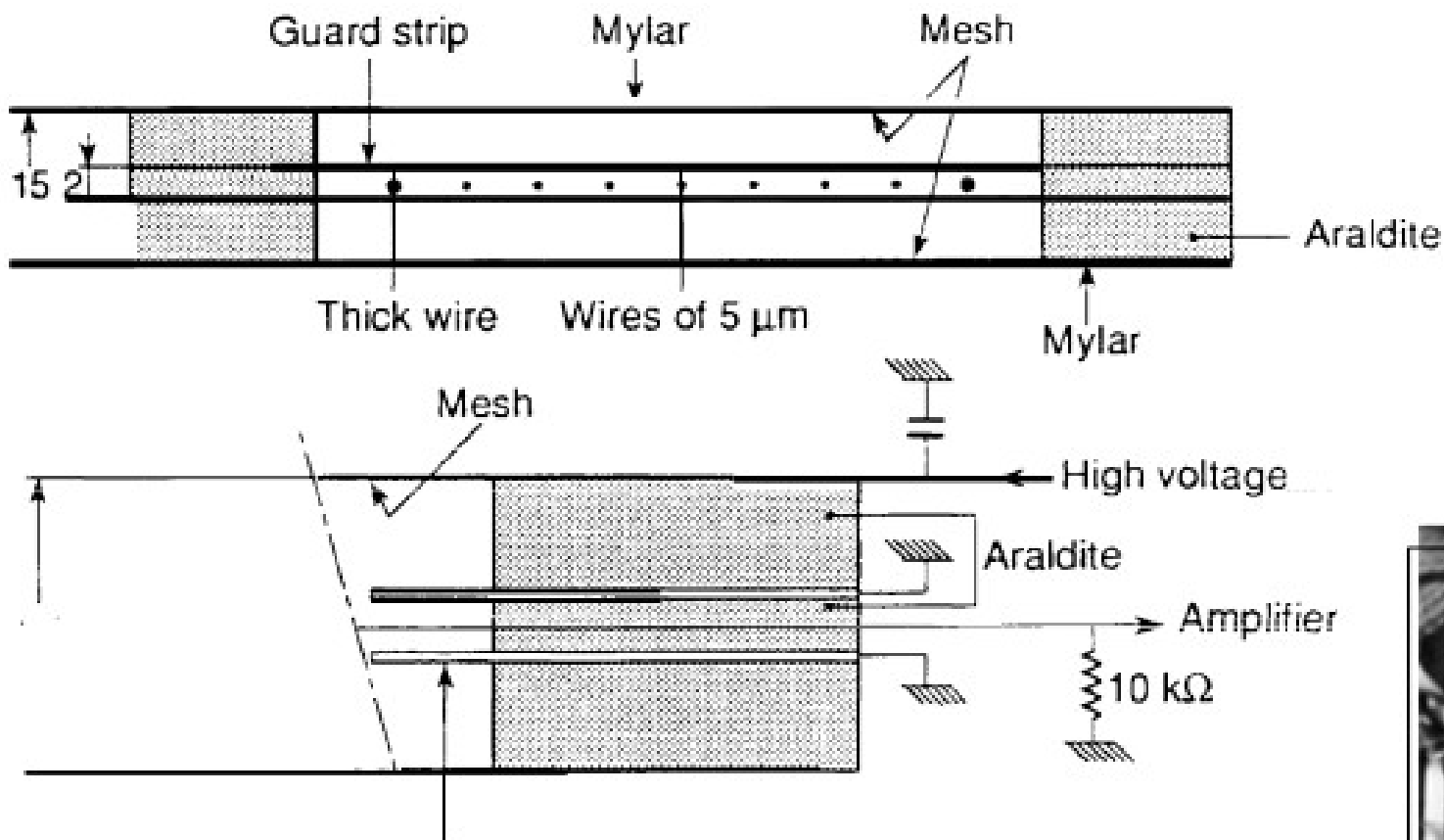
Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στο μεγαλύτερο μέρος του όγκου του.

Μεγάλο πεδίο κοντά στα (παράλληλα) σύρματα που είναι σε υψηλή τάση (άνοδος)

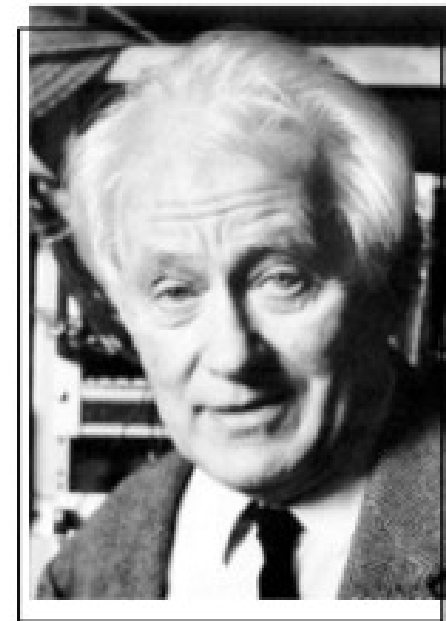
Εκεί κοντά έχουμε πολλαπλασιασμό φορτίων



Πολυσυρματικός αναλογικός απαριθμητής (2) Multi-wire Proportional Chamber (MWPC)



G. Charpak
Nobel Prize 1992



Guard strip

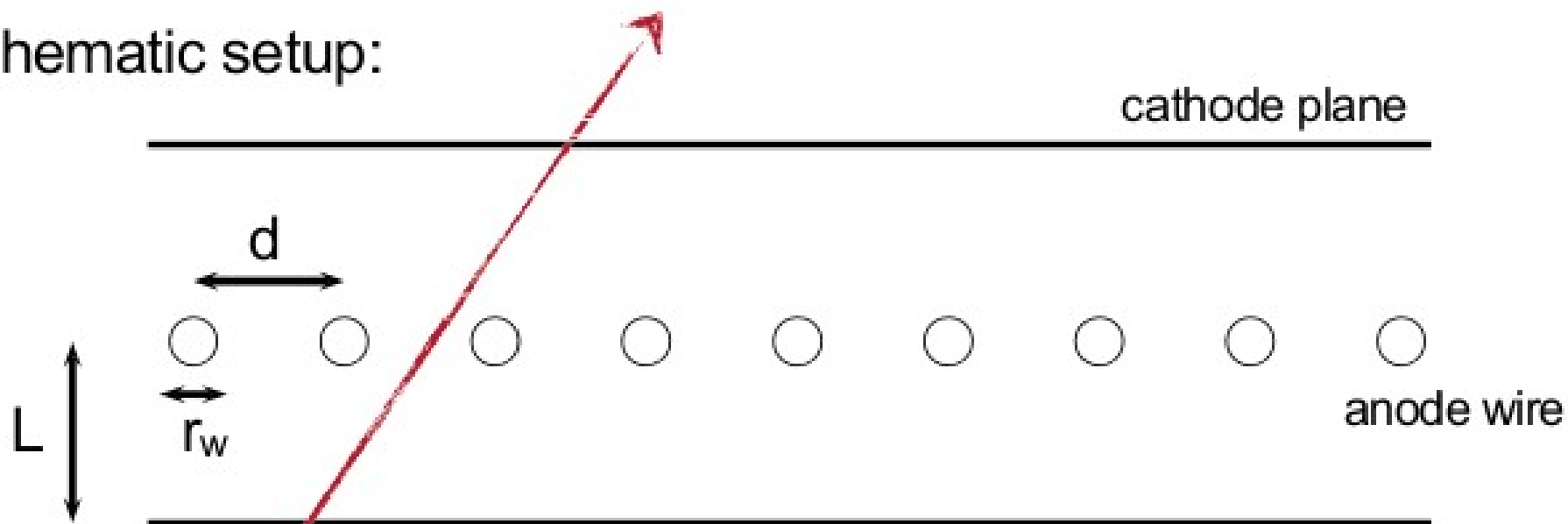
MWPC construction details

from Charpak's nobel lecture [1967 design]

Sense wires [$\varnothing = 20 \mu\text{m}$] separated by 2 mm; wires lie between two cathode meshes; edges of the planes are potted in Araldite ...

Πολυσυρματικός αναλογικός απαριθμητής (3) Μέτρηση θέσης από ένα σύρμα

Schematic setup:



Parameters:

| | | |
|-------|---|-----------------|
| d | = | 2 - 4 mm |
| r_w | = | 20 - 25 μ m |
| L | = | 3 - 6 mm |
| U_0 | = | several kV |

Features:

- Tracking of charged particles
- Some PID capabilities via dE/dx
- Large area coverage
- High rate capabilities

particle track

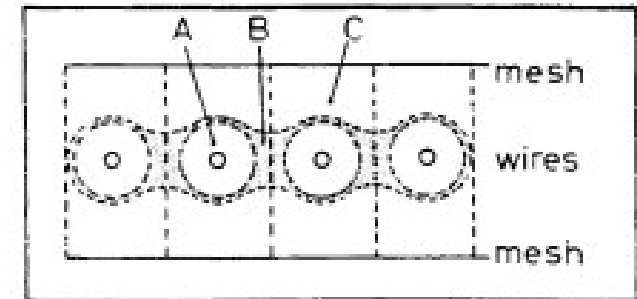
Πολυσυρματικός αναλογικός απαριθμητής (4) Multi-wire Proportional Chamber (MWPC)

Signal generation:

Electrons drift to closest wire

Gas amplification near wire → avalanche

Signal generation due to electrons and slow ions ...



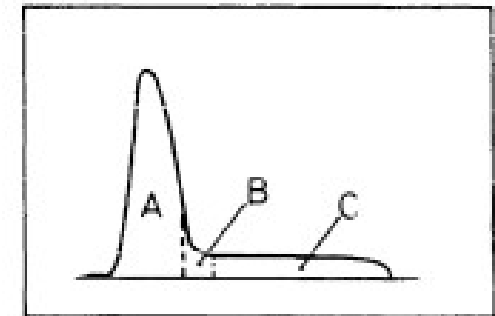
Timing resolution:

Depends on location of penetration

For fast response: OR of all channels ...

[Typical: $\sigma_t = 10$ ns]

main contribution



Space point resolution:

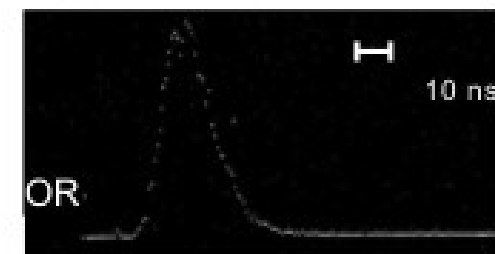
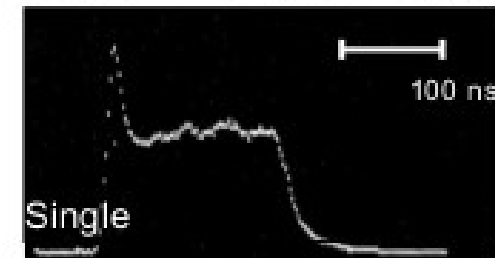
Only information about closest wire → $\sigma_x = d/\sqrt{12}$

[Not very precise and only one for one dimension ...]

2 dim.: use 2 MWPCs with different orientation ...

3 dim.: several layers of such X-Y-MWPC combinations.

Possible improvement: segmented cathode ...



Μέτρηση της θέσης απ' όπου πέρασε η τροχιά

- **Είδαμε στην προηγούμενη διαφάνεια ότι το σήμα είναι κυρίως σε ένα σύρμα (A).**

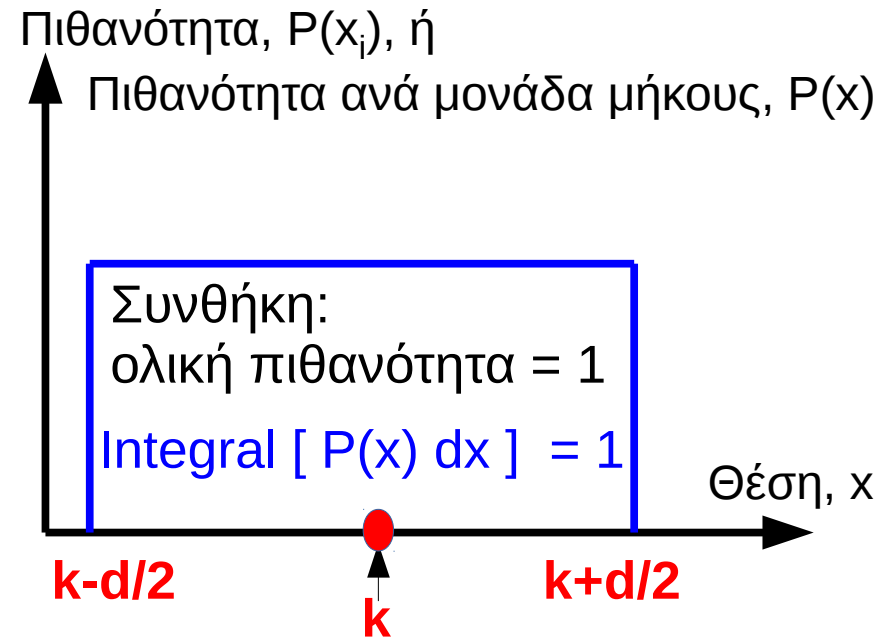
αν ξέρεις απλά ότι πέρασε κάπου γύρω από κάποιο **σύρμα** (ας πούμε στη **θέση k**, όπου η απόσταση μεταξύ των συρμάτων είναι d) και δίνεις ίση πιθανότητα να πέρασε οπουδήποτε δίπλα του, στο διάστημα $[k-d/2, k+d/2]$, τότε λές ότι η θέση, x, είναι:

$$x = k \pm \sigma$$

$$\text{όπου } \sigma^2 = \text{RMS}^2 = \langle (x - k)^2 \rangle$$

$$\rightarrow \sigma = d / \text{sqrt}(12)$$

$$x = k \pm d/\text{sqrt}(12)$$



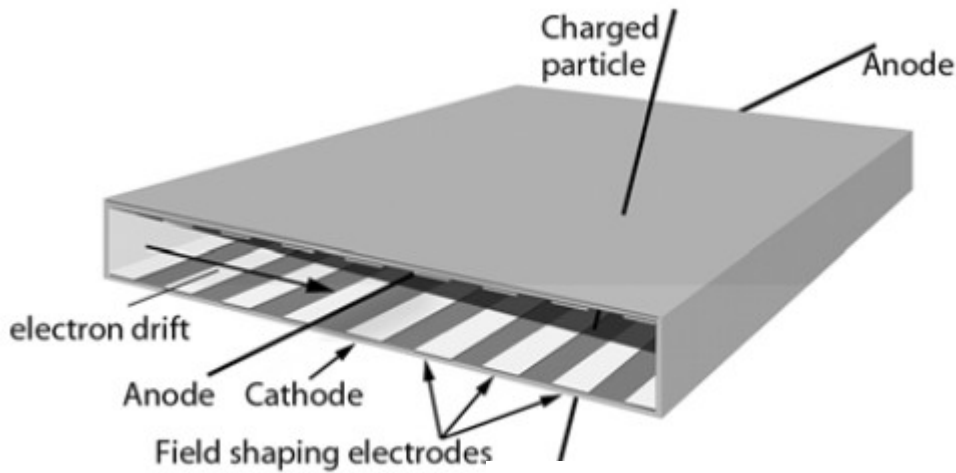
$$\text{RMS}^2 = \text{μέση τιμή του } (x-k)^2$$

* Για **διακριτές τιμές** του $x = x_i$ κάθε μία με πιθανότητα εμφάνισης P_i :

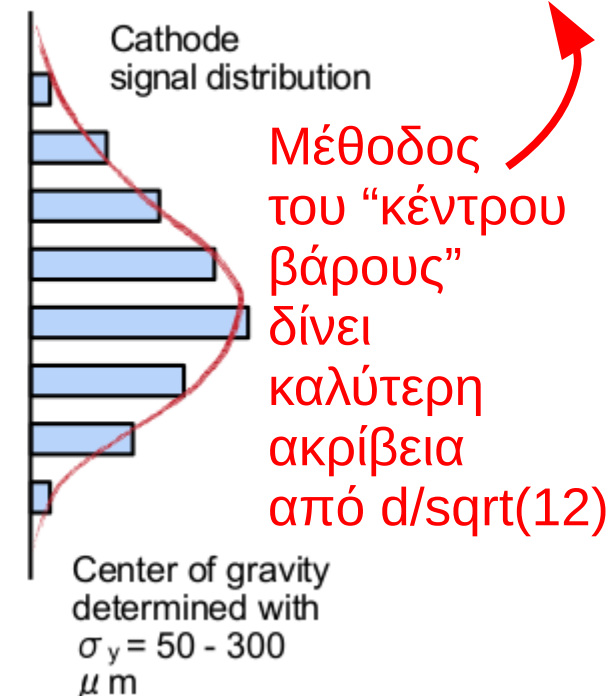
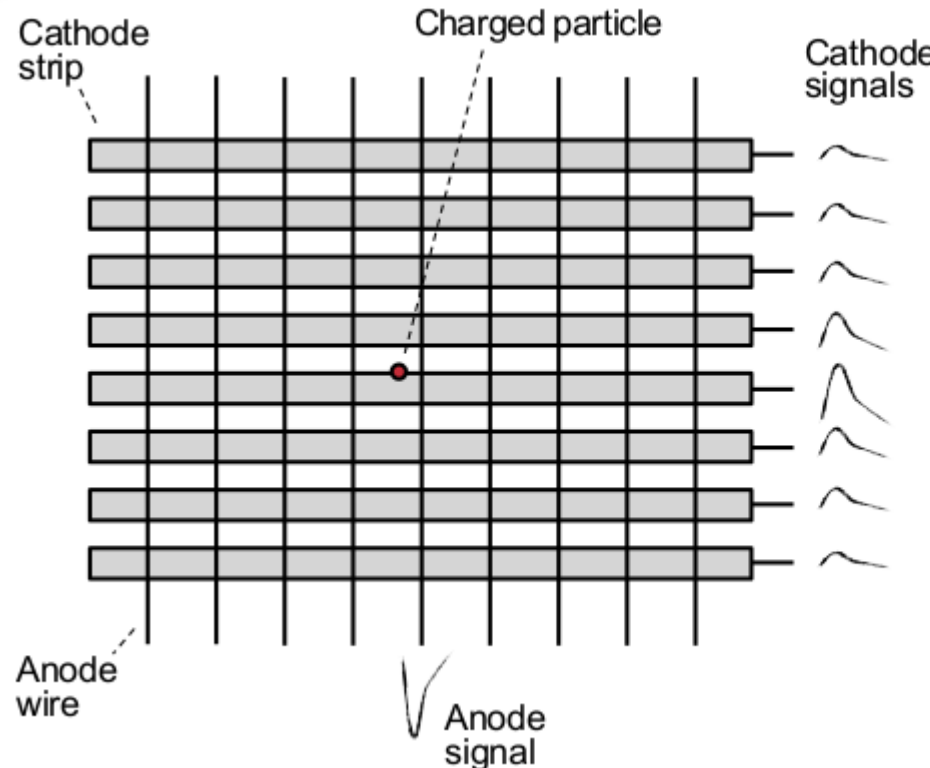
$$\text{RMS}^2 = \sum (x_i - k)^2 * P_i$$

* Για **συνεχείς τιμές του x**, πιθανότητα εμφάνισης του x στην περιοχή $[x, x+dx] = P(x) dx$, οπότε:
$$\text{RMS}^2 = \text{Integral} [(x-k)^2 * P(x) dx]$$

Θάλαμος ολίσθησης και θέση με “κέντρο βάρους”



Αν έχω κατανομή του σήματος σε μερικά σύρματα ή λωρίδες, τότε μπορώ να χρησιμοποιήσω αυτή την κατανομή σαν κατανομή πιθανότητας, και να υπολογίσω τη μέση τιμή και το RMS αυτής της κατανομής,
 π.χ., $\langle x \rangle = \text{Integral} [x * P(x) dx]$
 $\text{RMS}^2 = \text{Integral} [(x-k)^2 * P(x) dx]$



Μέθοδος του “κέντρου βάρους” δίνει καλύτερη ακρίβεια από $d/\text{sqrt}(12)$

4. Time Projection chambers (TPC), micro-pattern gas detectors, κλπ

(στο επόμενο μάθημα που θα
κάνουμε και όλες τις ασκήσεις της
εργασίας #4 για τις οποίες ο
Tavernier έχει λύσεις στο τέλος!)